

Tomislav Jurkić
Dubravka Kotnik-Karuza
Mariza Sarta-Deković
Luka Mandić
Nataša Erceg
Velimir Labinac
Ljubomir Špirić

FIZIČKI PRAKTIKUM IV

Odjel za fiziku
Sveučilište u Rijeci

Rijeka, 2014.

Izdavač:
Sveučilište u Rijeci
Odjel za fiziku
51000 Rijeka, R. Matejčić 2

Recenzenti:

Lektor:

Tisak:

PREDGOVOR

SADRŽAJ

GIBANJE NABIJENIH ČESTICA U ELEKTRIČNOM POLJU	6
Gibanje elektrona kroz vakuum i emisija elektrona iz metala	6
Zadaci	9
Trioda	10
Zadaci	13
Gibanje elektrona u električnom polju kroz plin	15
Tinjalica	15
Zadaci	18
 POLUVODIČKI ELEMENTI: POLUVODIČKA PN DIODA I BIPOLARNI TRANZISTOR	 20
Poluvodička dioda	20
Zadaci	23
Energija zabranjene vrpce poluvodičke diode	24
Zadaci	26
Bipolarni tranzistor	28
Zadaci	34
 ISPRAVLJAČKI SKLOPOVI	 36
Kondenzator	36
Sklop za poluvalno ispravljanje	39
Sklop za punovalno ispravljanje	43
Zadaci	44
 PASIVNI FILTRI	 48
Visokofrekventni filter	48
Niskofrekventni filter	50
Uskopojasni filter	51
Širokopojasni filter	52
Zadaci	53
 OBLIKOVANJE SIGNALA	 55
Rezanje signala	55
Zadaci	58
Integriranje i deriviranje	59
Zadaci	62

MAGNETSKO POLJE RAVNOG VODIČA I ZAVOJNICE	64
Magnetostatika	64
Magnetsko polje vodiča i zavojnice	65
Zadaci	69
Postavljanje i postupak eksperimenta	69
 RUTHERFORDOV EKSPERIMENT	 74
Uvod	74
Zadaci	75
Eksperimentalni postav	76
Zadatak 1	77
Zadatak 2	80
Problemi u mjerenju	84
 APSORPCIJSKA SPEKTROSKOPIJA	 85
Uvod	85
Zadaci	86
Izvedba mjerenja i eksperimentalni postav	87
 Izrada izvještaja s vježba i obrada rezultata	 91
 STATISTIČKA OBRADA MJERENJA	 94
Metoda najmanjih kvadrata	94
Neposredna mjerenja	97
Posredna mjerenja	98
Mjerenja u više serija	99
 DODATAK: KATODNA CIJEV	 101

GIBANJE NABIJENIH ČESTICA U ELEKTRIČNOM POLJU

Gibanje nabijenih čestica, poput elektrona, može se ispitivati pomoću elektronskih cijevi u kojima se elektron giba kroz vakuum ili kroz plin. Elektronske cijevi mogu se klasificirati s obzirom na nekoliko kriterija. Prema broju elektroda razlikujemo diodu, triode, tetrodu, pentodu itd. Prema vrsti elektronske emisije iz katode govorimo o cijevima s užarenom katodom, cijevima s hladnom katodom i fotoelektričkim cijevima. Ako je stakleni balon u koji su utaljene cijevi i kojim prolazi struja evakuiran, govorimo o visokovakuumskim cijevima, a ako je ispunjen plinom, radi se o plinom punjenim cijevima.

GIBANJE ELEKTRONA KROZ VAKUUM I EMISIJA ELEKTRONA IZ METALA

Dioda

Elektron se pod utjecajem električnog polja giba kroz vakuum u diodi. Dioda je elektronska cijev s dvije elektrode: katodom i anodom. Katoda ima ulogu emitera elektrona, a anoda kolektora tako da struji kroz cijev doprinose uglavnom samo elektroni. Obje su elektrode smještene u cilindričnoj staklenoj posudi (cijevi) koja je u slučaju vakumskih cijevi evakuirana do na tlak od 10^{-4} - 10^{-6} Pa.

Struju diode u najvećoj mjeri ograničavaju dva mehanizma:

- I) termičko zasićenje katode,
- II) prostorni naboj u međuelektrodnom prostoru.

I) Kristalna rešetka metala građena je od pozitivnih iona oko kojih se slobodno gibaju elektroni i čine neku vrstu elektronskog plina. Ioni titraju oko čvorova kristalne rešetke s to većim amplitudama što je temperatura viša. Pri temperaturama, koje ne premašuju nekoliko stotina K, elektronski plin ne izlazi iz vodiča. Uzrok je tome što za prolaz kroz površinu treba svladati sile koje sprječavaju elektron da izađe iz metala. Klasično gledano elektron može izaći iz metala samo onda ako je njegova kinetička energijajednaka ili veća od rada izlaza E_w . Tek pri visokim temperaturama izvjestan broj elektrona u metalu ima kinetičku energiju veću od E_w , pa izlaze iz metala. Broj elektrona, koji napuštaju metal, naglo raste s temperaturom. U procesu termičke emisije struja elektrona koja izlazi iz jedinične površine katode rada izlaza E_w određena je temperaturom katode u skladu s Richardsonovim zakonom:

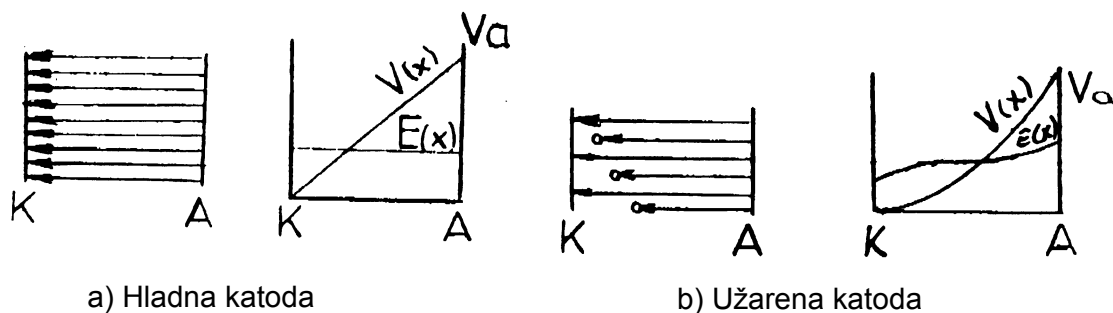
$$J = AT^2 e^{-\frac{E_w}{kT}} \quad (1)$$

pri čemu je

- T - apsolutna temperatura
- E_w - rad izlaza katode
- k - Boltzmannova konstanta
- A - konstanta za određeni metal

Osnovni kriterij za kvalitetu katode je što niži rad izlaza. Zato se metali prevlače smjesom oksida alkalnih zemalja, jer je ustanovljeno da metalne površine prevučene takvom smjesom daju jaku termičku emisiju već pri mnogo nižim temperaturama nego čisti metali.

II) Dioda se priključuje na izvor istosmjernog napona, i to katoda na negativan, a anoda na pozitivan pol izvora. Elektroni koji su napustili katodu ubrzavaju se u električnom polju i dolaze na anodu tako da kroz cijev prolazi struja. Pri obrnutom polaritetu priključenog napona struja ne može teći i na toj činjenici je zasnovana glavna primjena diode kao ispravljačice. Električno polje između anode i hladne katode izmijenit će se nakon što se katoda dovoljno zagrije da počne emitirati elektrone. Raspodjela potencijala bez prostornog naboja u međuelektrodnom prostoru linearna je (sl.1a) za razliku od slučaja kad elektroni svojim prisustvom tu raspodjelu mijenjaju u krivulju konveksnu prema dolje (sl.1b).

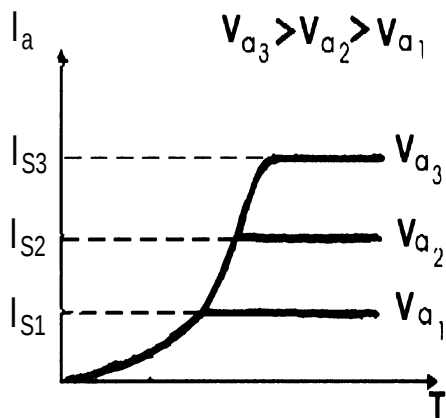


Slika 1. Silnice električnog polja i njegova raspodjela potencijala u diodi a) bez i b) s prostornim nabojem

Električne silnice u slučaju b) ne završavaju sve na katodi, kao kod hladne katode, već djelomično na elektronima u blizini katode. Zato, gledano s katode, električno polje uz katodu slabi, dok gledano s anode, uz anodu jača, jer se katoda nadomještava bližim negativnim nabojem. Povećavanjem emisije elektrona do neke granične vrijednosti, polje uz katodu postaje jednako nuli, tj. sve silnice završavaju na elektronima pred katodom. Ako se emisija katode povećava i dalje, struja više ne može rasti, kažemo da je došlo do ograničenja prostornim nabojem. Gradijent potencijala uz katodu jednak je nuli; daljnje povećanje struje dovelo bi do produbljivanja krivulje raspodjele potencijala tako da je $\text{grad } V < 0$, pa bi se elektroni našli u retardirajućem polju. Uz pretpostavku početnih brzina $v_0=0$ oni ne bi mogli napustiti katodu. Slijedi da je, uz zanemarenje svih sekundarnih efekata, ponašanje diode određeno s tri povezana parametra. To su: anodna struja I_a (struja između katode i anode), anodni napon V_a (razlika potencijala između anode i katode), i temperatura katode. Dakle, rad diode

može se predočiti s dva skupa karakteristika. Svaka od njih predočuje međusobnu ovisnost dviju veličina, dok je treća stalni parametar.

1. Skup karakteristika $I_a = f(T)_{V_a}$ predstavlja ovisnost anodne struje o temperaturi žarenja katode uz stalni anodni napon (sl.2).

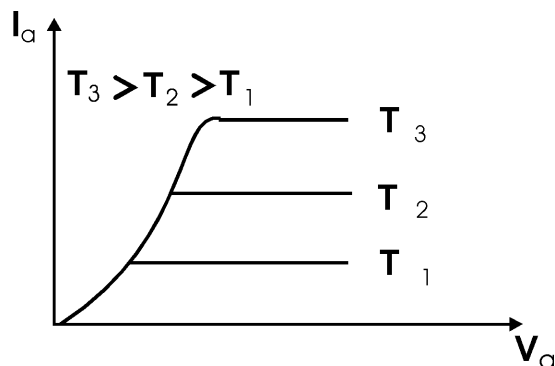


Anodna struja raste s temperaturom u skladu s Richardsonovim zakonom što je izraženo pri nižim temperaturama. Kad temperatura dovoljno naraste, struja dostiže graničnu vrijednost iznad koje više ne može rasti jer nastupa ograničenje prostornim nabojem.

Zasićenje nastupa uz veću struju zasićenja, pri to višoj temperaturi, što je anodni napon viši.

Slika 2. Karakteristike diode $I_a = f(T)_{V_a}$

2. Drugi skup karakteristika $I_a = f(V_a)_T$ jesu strujno naponske karakteristike uz stalnu temperaturu žarenja katode (sl.3).



Pri nižim anodnih naponima struja je ograničena prostornim nabojem i njena ovisnost o anodnom naponu za idealnu diodu dana je Child Langmuirovim tropolovinskim zakonom

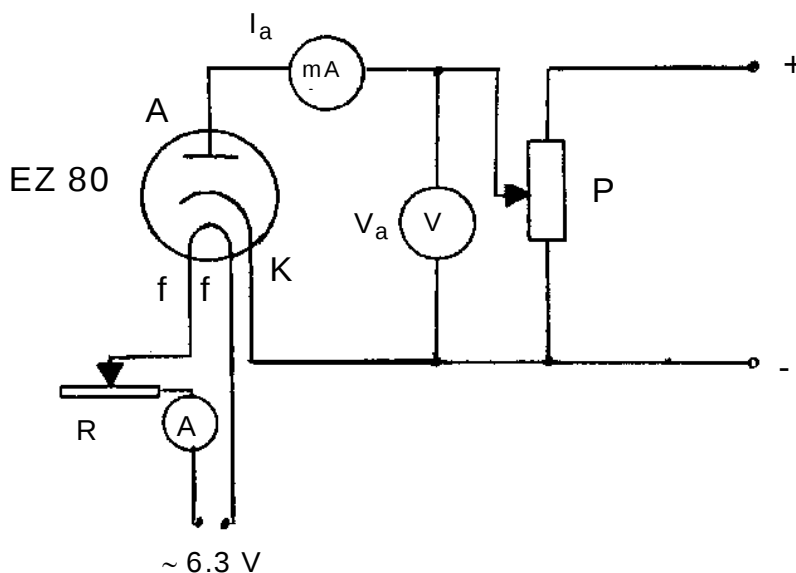
$$I_a = k V_a^{\frac{3}{2}} \quad (2)$$

Slika 3. Strujno naponske karakteristike diode

Porastom anodnog napona struja može rasti samo do vrijednosti koja odgovara struji termičkog zasićenja katode koja je za dani metal određena temperaturom prema relaciji (1). Što je ta temperatura viša, do zasićenja dolazi pri višem anodnom naponu.

ZADACI:

1. Pomoću prikazanog sklopa



odrediti karakteristike $I_a = f(V_a)_T$ za nekoliko vrijednosti struje žarenja katode. Pritom paziti da struja žarenja ne prijeđe vrijednost propisanu za danu diodu.

2. Odrediti unutarnji otpor diode $R_u = \frac{dV_a}{dI_a}$ u odabranoj radnoj točki.

3. Izračunati kvocijente $k = \frac{I_a}{V_a^{3/2}}$ za dobivene točke karakteristike u području u

kojem ona približno slijedi Child-Langmuirov zakon. Uz odabrani k nacrtati karakteristiku idealne diode.

Naputak:

- Paziti da se povećanjem vrijednosti I_a i V_a ne prijeđe propisana snaga cijevi.
- Isto se odnosi na struju žarenja (vidi na ispravljaču struju koja pripada naponu žarenja $\sim 6,3$ V).
- Granične vrijednosti za cijev EZ 80

$$V_g = 6,3 \text{ V}$$

$$I_g = 0,6 \text{ A}$$

$$P_{\max} = 3 \text{ W}$$

INVENTAR:

Naziv	Tip	Količina
ELEKTRONIČKI UREĐAJI I INSTRUMENTI		
Ispravljač	Iskra MA 4101	1
Ampermetar - izmjenični (I_g)	Iskra FL1	1
Voltmetar (V_a)	PHYWE 07035. 00	1
Ampermetar (I_a)	Unimer 43	1
ELEKTRONIČKI ELEMENTI		
Elektronska cijev	Dioda EZ 80	1
Promjenljivi otpornik	PRN 335 - 1.3 k Ω	1
Reostat	20 Ω , 4 A	1
OSTALO		
Spojne žice		

Trioda

Trioda je elektronska cijev koja osim katode i anode ima i treću elektrodu, rešetku. Djelovanjem na potencijal rešetke može se mijenjati jakost anodne struje, pa i time snaga u anodnom krugu. To se tumači na sljedeći način.

Dok je potencijal rešetke mnogo negativniji od potencijala katode, elektroni se na izlazu iz katode nađu u retardirajućem polju dovoljno jakom da im onemogući prolaz do rešetke i anode. Elektronom ne prolazi struja.

Porastom potencijala rešetke prema manje negativnim vrijednostima elektroni stižu do anode, no ne ulaze u krug rešetke. Elektronskom cijevi prolazi slaba struja. Između katode i rešetke nema struje.

Dosegne li potencijal rešetke vrijednost potencijala katode, anodna se struja povećava. Teče i vrlo slaba struja u krugu katoda-rešetka.

Napokon kad potencijal rešetke postane veći od potencijala katode elektronom prolazi sve jača anodna struja. U krugu katoda-rešetka javlja se također sve jača struja koja predstavlja samo mali dio anodne struje sve dok je potencijal rešetke samo mali dio anodnog potencijala.

Promjene jakosti anodne struje mogu se proizvesti promjenom potencijala rešetke, uz posve neznatan utrošak energije, osobito dok je rešetka negativno polarizirana. To je ujedno i normalan režim rada triode u kojem je struja rešetke zanemariva, pa se anodna struja može mijenjati praktički bez utroška snage.

Pri promatranju promjene anodne struje treba uzeti u obzir da ona osim o anodnom naponu ovisi i o naponu rešetke u odnosu na katodu pri čemu je struja rešetke zanemarena.

$$I_a = f(V_a, V_g) \quad (3)$$

Pri traženju točnog oblika te ovisnosti za idealnu triodu uz uvažavanje utjecaja prostornog naboja koristi se model ekvivalentne diode. Poznato je, naime, da je struja elektrona ovisna isključivo o raspodjeli potencijala uz samu katodu. Tu bi raspodjelu potencijala mogla proizvesti anoda neke ekvivalentne diode, koja se nalazi na određenoj udaljenosti od katode, a napon u odnosu na katodu joj je jednak:

$$V_{ef} = V_g + \frac{V_a}{\mu} \quad (4)$$

To je zato što anoda zbog svoje veće udaljenosti od katode djeluje mnogo manjom efikašnošću na raspodjelu potencijala uz katodu i to za faktor μ definiran kao faktor pojačanja triode:

$$\mu = \left| \frac{V_a}{V_g} \right| \quad (5)$$

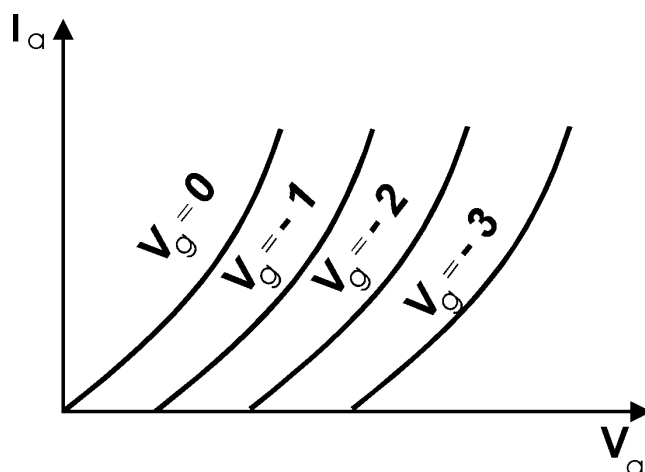
Struja koja prolazi triodom, a koja je uz zanemarenje struje rešetke jednaka anodnoj, može se korištenjem relacije (2) i (4) izraziti u obliku:

$$I_a = K \left(V_g + \frac{V_a}{\mu} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (6)$$

Ovisnost I_a , V_g i V_a općenito povezanih relacijom (3) može se prikazati kao ovisnost jedne veličine o drugoj pri čemu je treća odabrana kao parametar. To daje tri mogućnosti, odnosno tri skupa karakteristika:

1. Karakteristike $I_a = f(V_a)_{V_g}$.
2. Karakteristike $I_a = f(V_g)_{V_a}$.
3. Karakteristike $V_a = f(V_g)_{I_a}$.

$I_a - V_a$ karakteristike (sl.1).



Slika 1. $I_a - V_a$ karakteristike triode

Iz relacije (6) slijedi da su to za idealnu triodu krivulje eksponenta $\frac{3}{2}$. Karakteristika $V_g=0$ počinje u ishodištu, dok su karakteristike koje odgovaraju sve negativnijim naponima rešetke sve više pomaknute prema većim vrijednostima anodnog napona. To je zato što se $V_g < 0$ mora kompenzirati određenim porastom V_a da bi anodna struja počela teći.

Mjerenjem je dovoljno odrediti samo jedan skup karakteristika, preostali se dobiju iz njega grafički.

Koeficijenti triode

Iz svakog skupa karakteristika može se odrediti po jedan koeficijent triode:

1. Dinamički unutarnji otpor $R_u = \left(\frac{dV_a}{dI_a}\right)_{V_g}$

2. Strmina $S = \left(\frac{dI_a}{dV_g}\right)_{V_a}$

3. Faktor pojačanja $\mu = -\left(\frac{dV_a}{dV_g}\right)_{I_a}$

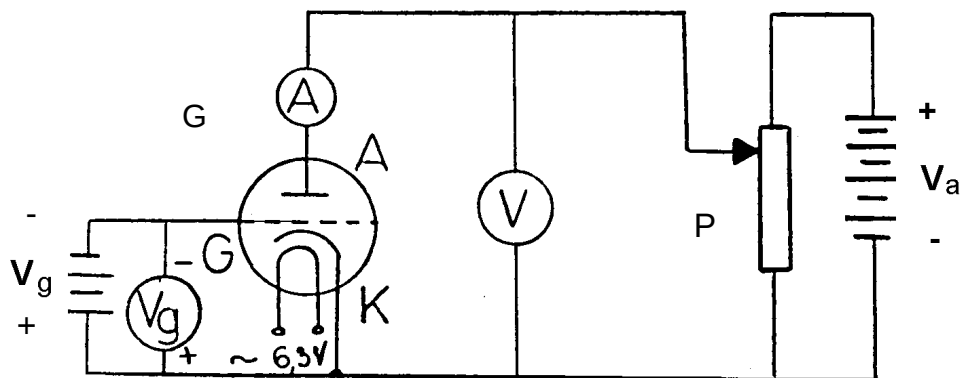
Koeficijenti cijevi međusobno su povezane veličine. Ta je veza dana Barkhausenovom relacijom:

$$\mu = R_u S$$

i to vrijedi za bilo koju triodu u bilo kojoj radnoj točki.

ZADACI:

1. Složiti sklop za mjerenje prema shemi i odrediti $I_a - V_a$ karakteristike triode počev od $V_g = 0$ u koracima od 1 V.



2. Pomoću dobivenih krivulja nacrtati $I_a - V_g$ karakteristike.
3. Pomoću dobivenih karakteristika odrediti unutarnji otpor R_u , strminu S i faktor pojačanja μ dane triode u odabranoj radnoj točki.
4. Provjeriti Barkhausenovu relaciju.

Naputak:

- Napon V_a i time i anodna struja I_a smiju se povećavati samo do granice određene propisanom snagom triode.

Za triodu ECC 82:

$$I_{a_{\max}} = 10 \text{ mA},$$

$$V_{a_{\max}} = 250 \text{ V}.$$

- U ispravljaču ugrađen je potenciometar kojim se V_a može mijenjati u skokovima od 50 V. Kontinuirana promjena V_a vrši se potenciometrom.
- Potenciometar za promjenu V_g ugrađen je u ispravljač.

INVENTAR:

Naziv	Tip	Količina
ELEKTRONIČKI UREĐAJI I INSTRUMENTI		
Ispravljač (V_a , V_g)	Erwin Phol	1
Ampermetar (I_a)	Unimer 43	1
Voltmetar (V_a)	PHYWE 07035.00	1
Voltmetar (V_g)	BO3 11254	1
Promjenjljivi otpornik 1.3 k Ω , 0.36 A	Iskra PRN 117	1
ELEKTRONIČKI ELEMENTI		
Elektronska cijev	Trioda ECC 82	1
OSTALO		
Spojne žice		

GIBANJE ELEKTRONA U ELEKTRIČNOM POLJU KROZ PLIN

Tinjalica

Gibanje elektrona u električnom polju kroz plin može se opažati u elektronskoj cijevi punjenoj plinom sa dvije elektrode – tinjalici. Prisustvo plina u međuelektrodnom prostoru je prijeko potrebno za rad tinjalice i bitno utječe na njena svojstva. Pod djelovanjem električnog polja elektroni se ubrzavaju i u neelastičnim sudarima mogu ionizirati neutralne atome. Tako se stvaraju ioni koji uz elektrone svojim gibanjem prema odgovarajućoj elektrodi doprinose struji kroz cijev, a svojim nabojem mijenjaju raspodjelu potencijala u međuelektrodnom prostoru.

Za rad cijevi je značajno da u plinu kojim je ispunjena postoje u početku uz neutralne atome, ioni i elektroni. Te su nabijene čestice primarno stvorene nekim vanjskim uzrokom ionizacije. One, međutim, nisu dovoljne za provođenje struje kroz plin, jer se gube rekombinacijom pa treba osigurati mehanizam kojim se stalno stvaraju nove nabijene čestice i tako nadoknađuju rekombinirane.

Proces koji dovodi do nastajanja novih nosilaca naboja u tinjalici je ionizacija atoma neelastičnim sudarima s nabijenim česticama među kojima elektroni imaju glavni udio. Elektroni i ioni se u plinu ponašaju kao ravnopravne čestice, te prema zakonu ekviparticije na određenoj temperaturi imaju istu kinetičku energiju. Zbog znatno manje mase elektrona u odnosu na masu pozitivnog iona, a uz istu kinetičku energiju, brzina elektrona je znatno veća od brzine iona. Prema tome možemo u gruboj aproksimaciji usvojiti model po kojem se elektroni gibaju među mirujućim ionima. Srednji slobodni put elektrona λ - put što ga u prosjeku elektron prijeđe između dva sudara - obrnuto je razmjeran vjerojatnosti sudara, odnosno udarnom presjeku iona:

$$\lambda = \frac{1}{r^2 \pi N} \quad (1)$$

r - polumjer atoma

N - prostorna gustoća atoma

Elektron će moći ionizirati neutralnu česticu samo ako je električno polje E dovoljno jako da elektron između dva sudara, prevalivši slobodan put l dobije energiju bar jednaku energiji ionizacije E_i :

$$eEl = E_i,$$

U slučaju homogenog električnog polja

$$E = \frac{U}{d} \quad (2)$$

pa se dobije uvjet koji mora zadovoljavati napon na elektrodama da bi moglo doći do ionizacije

$$e \frac{U}{d} = E_i \quad (3)$$

Ako 1 elektron na jedinici duljine puta ioniziranjem proizvede α elektrona, onda n elektrona na udaljenosti x od katode, prešavši put dx proizvede dn novih elektrona

$$dn = \alpha n dx$$

Integriranjem gornje relacije

$$\int_{n_0}^n \frac{dn}{n} = \int_0^x \alpha dx$$

dobije se

$$n = n_0 e^{\alpha x}$$

Na anodu, za d udaljenu od katode, stiže n_a elektrona:

$$n_a = n_0 e^{\alpha d}$$

Pod uvjetom da su primarni elektroni stvoreni vanjskim uzrokom ionizacije na površini katode ili u njejoj neposrednoj blizini, sličan izraz vrijedi i za struju elektrona koja stiže na anodu

$$I_a = I_0 e^{\alpha d}$$

gdje je $e^{\alpha d}$ unutarnji faktor pojačanja. On je određen razmakom elektroda d i parametrom α koji predstavlja broj elektrona proizvedenih od strane jednog elektrona na jedinici duljine puta. α je razmjeran broju sudara, a ovaj je razmjeran tlaku plina u cijevi p pa je $\alpha \sim p$. Osim toga α je ovisan o energiji W elektrona koji se sudara sa atomom:

$$W = e E \lambda$$

a srednji slobodni put λ obrnuto razmjeran tlaku

$$\lambda \sim \frac{1}{p}$$

slijedi

$$\alpha = p f\left(\frac{E}{p}\right) \quad (4)$$

Izboj u plinu može postati samostalan, tj. održavati se bez vanjskih uzroka ionizacije zahvaljujući pozitivnim ionima koji udaraju u katodu i iz nje izbijaju nove elektrone.

Pretpostavimo da je iz katode primarno izišao 1 elektron ($n_0 = 1$). Tada na udaljenosti x od katode nalazimo ukupno $n = e^{\alpha x}$ elektrona. Od toga jedan otpada na primarni, a ostalih ($e^{\alpha x} - 1$) elektrona su sekundarni. Taj je broj jednak broju proizvedenih iona na udaljenosti x od katode od strane jednog primarnog elektrona.

Na udaljenosti d broj iona će biti jednak

$$e^{\alpha d} - 1$$

Ako sa γ označimo vjerojatnost da 1 ion izbije iz katode 1 elektron, tada će ($e^{\alpha d} - 1$) iona, ako svi stignu do katode, izbiti iz nje $\gamma (e^{\alpha d} - 1)$ elektrona.

Ako je zadovoljen uvjet:

$$\gamma (e^{\alpha d} - 1) \geq 1 \quad (5)$$

izboj je samostalan, pri čemu se znak jednakosti odnosi na stacionarno stanje, dok znak $>$ znači da struja stalno raste. Teorija proboja mora uzeti u razmatranje i ione kao čestice u gibanju. Faktor γ ovisi o energiji iona koju on dobije u električnom polju između dva sudara i koja je jednaka

$$W_i = q_i \lambda_i E$$

λ_i je srednji slobodni put iona, koji je kao i kod elektrona obrnuto razmjeran tlaku plina u cijevi

$$\lambda_i \sim \frac{1}{p}$$

slijedi da je

$$\gamma = \varphi \left(\frac{E}{p} \right) \quad (6)$$

Pomoću (4) i (6) uvjet (5) prelazi u uvjet pod kojim dolazi do paljenja u cijevi ili proboja:

$$\left(\frac{E_{krit}}{p} \right) \left[e^{pd f \left(\frac{E_{krit}}{p} \right)} - 1 \right] \geq 1$$

odnosno uzevši u obzir relaciju (2) dobije se uvjet za paljenje cijevi u konačnom obliku

$$\left(\frac{U_{krit}}{pd} \right) \left[e^{pd f \left(\frac{U_{krit}}{pd} \right)} - 1 \right] \geq 1 .$$

Pritom je E_{krit} polje u kojem je došlo do paljenja (proboja), a $U_{\text{krit}} = E_{\text{krit}} d$ je napon paljenja.

Vidi se da će umnožak pd odrediti napon paljenja U_{krit} , pri kojem dolazi do proboja, što znači da U_{krit} ovisi isključivo o umnošku pd , a ne o svakoj veličini posebno. Ova formulacija je poznata kao Paschenov zakon.

Kad napon na elektrodama prijeđe kritičnu vrijednost, porastom napona struja cijevi naglo raste.

Električno polje sada je izmijenjeno i određeno prostornim nabojen sporih iona. Nakon složenih prijelaznih pojava uspostavlja se stacionarno stanje tinjavog naboja, jednog od najvažnijih tipova provođenja struje kroz plin. Tinjavi izboj je popraćen raznobojnim efektima, ovisno o vrsti i tlaku plina.

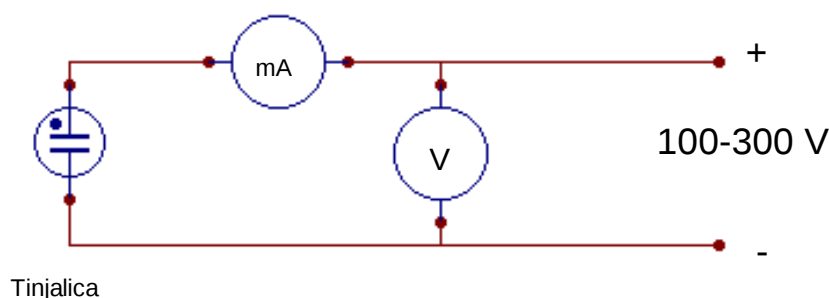
Cijevi u kojima je zastupljen ovaj tip vodljivosti nazivaju se tinjalice.

Porast struje s naponom u tinjalici može se rastumačiti ako se uzme u obzir da su slobodni putevi elektrona raspodijeljeni po određenoj raspodjeli, gdje je srednji slobodni put najvjerojatnija vrijednost. Kada dođe do paljenja u cijevi, $U = U_{\text{krit}}$, a to je minimalni radni napon tinjalice. Iz uvjeta za ionizaciju (3) slijedi da u procesu ionizacije pri naponu U_{krit} sudjeluju elektroni s maksimalnim slobodnim putem. Broj elektrona s nadprosječno velikim slobodnim putem je mali, pa je i broj iona mali i zato je jakost struje mala. Povećanjem napona ionizacija nastupa s elektronima manjeg slobodnog puta l . Njih je više, pa je i gustoća slobodnih nosilaca naboja u plinu sve veća što daje porast jakosti struje.

Tinjalice se koriste kao signalne lampe, reklamne cijevi i za stabilizaciju napona.

ZADACI:

1. Priključiti tinjalicu na istosmjerni napon prema shemi i snimiti karakteristiku tinjalice $I = f(U)$.



2. Odrediti napon paljenja i napon gašenja tinjalice.
3. Izračunati srednji slobodni put elektrona, kao i njihov slobodni put pri priključenom naponu paljenja.

Dane su energije ionizacije za argon i kripton:

argon $E_i = 15.7 \text{ eV}$

kripton $E_i = 13.9 \text{ eV}$

i razmak elektroda $d = 10^{-3}$

Naputak:

- srednji slobodni put λ može se odrediti pomoću relacije (1), pri čemu treba poznavati polumjer i koncentraciju atoma. U tinjalici se nalazi smjesa plemenitih plinova argona i kriptona čiji atomi imaju sljedeće polumjere:

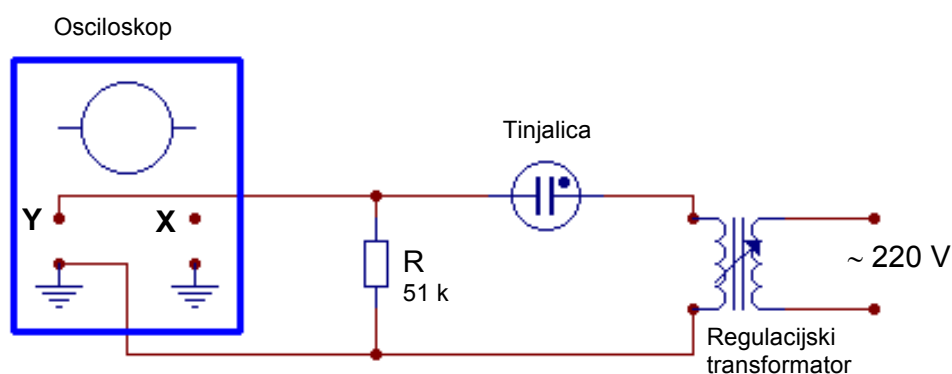
argon $r = 1.43 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

kripton $r = 1.59 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

- gustoću čestica može se odrediti ako se uzme u obzir da je tlak u cijevi oko 20 puta manji od atmosferskog. Prema Avogadrovom zakonu pri normalnim uvjetima (atmosferski tlak i 273 K) u 22.4 dm^3 plina se nalazi $6 \cdot 10^{23}$ čestica. Pri 20 puta manjem tlaku koncentracija će im biti 20 puta manja.

4. Diskutirati tijek karakteristike $I = f(U)$.

5. Priključiti tinjalicu na izmjenični napon preko regulacijskog transformatora prema shemi i objasniti preoblikovani napon koji se opaža na osciloskopu.



INVENTAR:

INSTRUMENTI:	Tip	Količina
Stabilizirani ispravljač	Iskra MA 4102	1
Voltmetar	BS2g	1
Ampermetar	Unimer 43	1
Regulacijski transformator	Iskra MA 4803	1
Osciloskop	Iskra MA 4006	1
Spojne žice		
ELEKTRONIČKI ELEMENTI:		
Otpornik	51 kΩ	1
Tinjalica	220 V	1

POLUVODIČKI ELEMENTI: POLUVODIČKA PN DIODA I BIPOLARNI TRANZISTOR

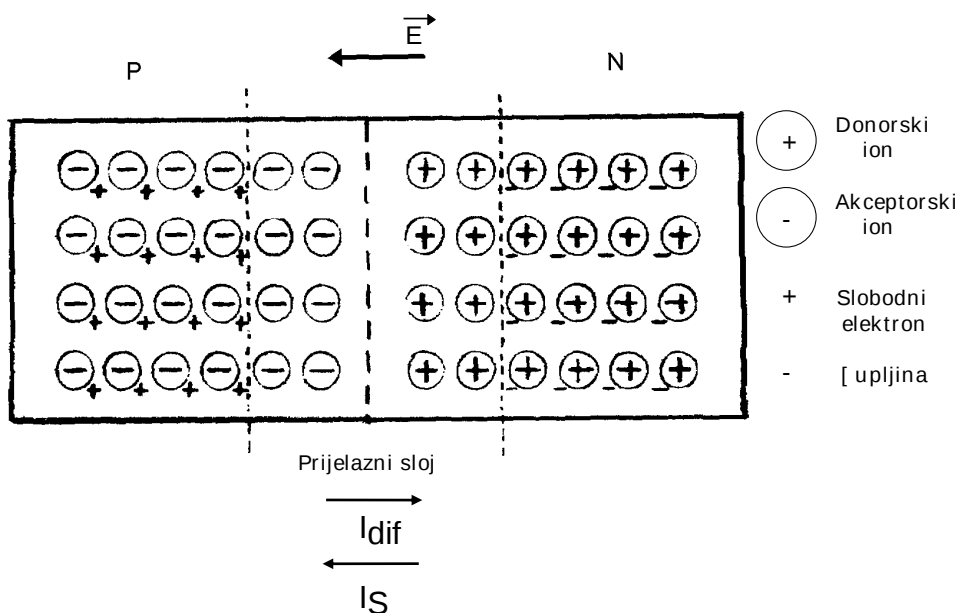
POLUVODIČKA DIODA

Poluvodička dioda je elektronički element koji se sastoji od različitih tipova ekstrinzičnog poluvodiča: N-tipa onečišćenog donorskim nečistoćama i P-tipa onečišćenog akceptorskim nečistoćama.

U P-tipu poluvodiča u širokom intervalu oko sobne temperature nalazimo slobodne nosioce elektriciteta: većinske šupljine i manjinske elektrone, te negativne akceptorske ione nečistoća uklopljene u kristalnu rešetku. U N-tipu su u kristalnoj rešetki vezani pozitivni donorski ioni, ulogu većinskih slobodnih nosilaca imaju elektroni, a manjinskih šupljine.

Nepolarizirani PN spoj

Kad poluvodiči P i N tipa dođu u električki kontakt, dolazi do difuzijskog gibanja većinskih nosilaca iz područja veće koncentracije u područje manje koncentracije. To znači da se elektroni gibaju s N strane spoja na P stranu, a šupljine sa P strane na N stranu. Prelazeći iz P u N poluvodič, šupljine nailaze na mnoštvo slobodnih elektrona, sudaraju se i rekombiniraju s njima. Isto se dešava i sa slobodnim elektronima koji prelaze iz N u P poluvodič. Slobodni nosioci nestaju na taj način iz prijelazne oblasti oko PN granice. Na P strani ostaje nekompenziran negativni naboj akceptorskih iona, a na N strani pozitivni naboj donorskih iona, koji su vezani za kristalnu rešetku.



Slika 1. Nepolarizirani PN spoj

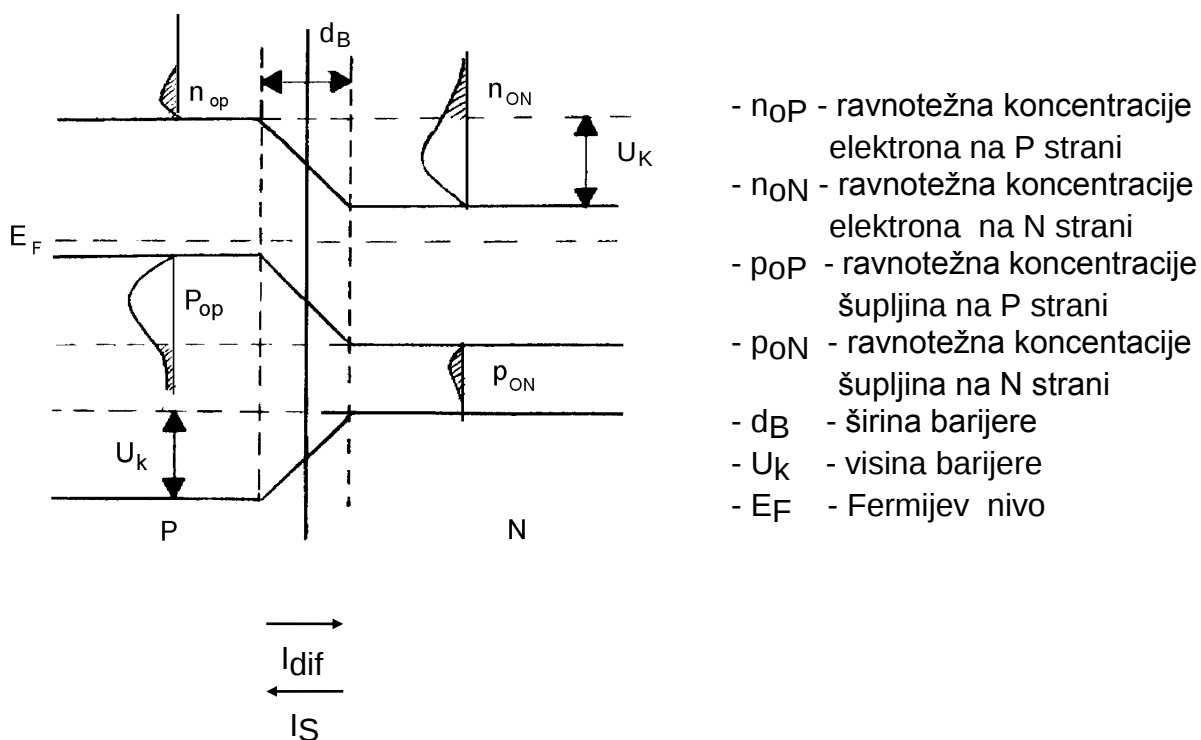
To područje nekompensiranog električnog naboja suprotnog predznaka s jedne i s druge strane PN granice zove se PN barijera, prijelazni sloj ili sloj prostornog naboja.

U prijelaznom sloju se kod nepolariziranog spoja, što znači bez priključenja vanjskog napona, uspostavlja električno polje (sl.1) koje se suprotstavlja difuzijskom gibanju većinskih nosilaca.

Kako u svakom poluvodiču postoje pored glavnih nosilaca naboja i sporedni (u P-tipu elektroni, u N-tipu šupljine), stvoreno električno polje ih ubrzava preko PN granice, što znači da teče driftna struja manjinskih nosilaca smjera suprotnog difuzijskoj (sl.1).

Difuzijom većinskih nosilaca iz jednog poluvodiča u drugi mijenja se u svakom poluvodiču njihova koncentracija, a time i energija Fermijevog nivoa. Gibanje naboja traje sve do izjednačenja Fermijevih nivoa u P i N poluvodiču. Tada se uspostavlja ravnotežno stanje u kojem su izjednačene dvije suprotne strujne tendencije, difuzijska i driftna, pa je ukupna struja kroz PN spoj jednaka nuli.

Na sl.2 prikazan je energetska dijagram PN spoja u ravnoteži. Zasjenjene površine ispod krivulja Fermijeve raspodjele odgovaraju koncentracijama nosilaca koji u difuzijskom i driftnom gibanju prelaze iz jednog poluvodiča u drugi. U ravnoteži su one za svaki tip nosilaca na P i N strani međusobno jednake.



Slika 2. Potencijalna barijera na nepolariziranom PN spoju

Budući da na manjinske nosioce barijera ne djeluje, driftna struja ovisi samo o temperaturi, jer se manjinski nosioci generiraju termički razbijanjem kovalentnih veza. Njihova je struja na određenoj temperaturi stalna i jednaka zbroju doprinosa elektrona i šupljina:

$$I_S = I_{Sn} + I_{Sp}$$

Nasuprot tome, difuzijska struja ovisi o visini potencijalne barijere. što je barijera viša, to je manji broj većinskih nosilaca dovoljno velike energije da je mogu svladati, čime se smanjuje difuzijska komponenta struje.

Polarizirani PN spoj

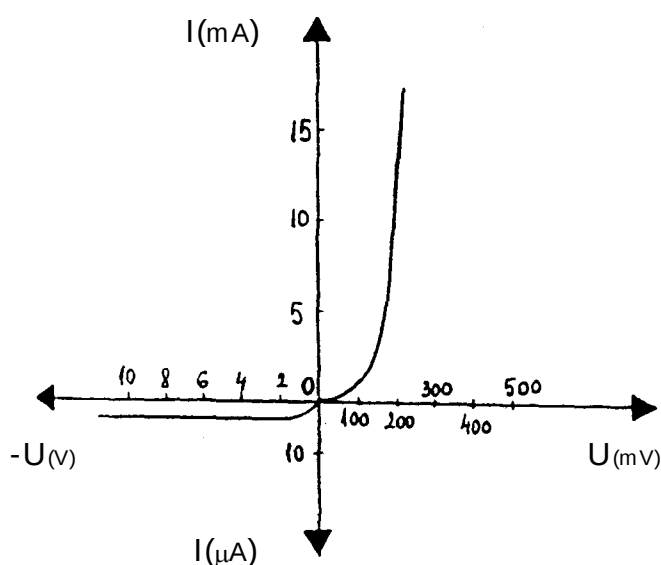
Ako se PN spoj vanjskim naponom polarizira tako da se pozitivni pol izvora priključi na P stranu, a negativni na N stranu, kažemo da se radi o propusnoj polarizaciji. Time se potencijalna barijera snizuje i povećava se difuzijska struja većinskih nosilaca. Obratno je u slučaju nepropusne polarizacije, kada se P strana priključuje na negativan, a N strana na pozitivan pol izvora. Predznak vanjskog napona istovjetan je predznaku napona potencijalne barijere nepolariziranog PN spoja, tako da se barijera povećava, što smanjuje difuzijsku struju.

Struja kroz PN spoj I , dana zbrojem difuzijske i driftne komponente, mijenja se s vanjskim naponom U bez obzira na njegov predznak prema izrazu:

$$I = I_S(e^{\frac{qU}{kT}} - 1). \quad (1)$$

Napon U je u propusnoj polarizaciji pozitivan, pa ukupna struja njegovim povećanjem eksponencijalno raste. Kod nepropusne polarizacije U je negativan, eksponencijalni se član već kod malih napona na sobnoj temperaturi može zanemariti u odnosu na jedinicu, pa je ukupna struja kroz PN spoj jednaka $-I_S$. To je struja manjinskih nosilaca neovisna o naponu. Obzirom da predstavlja jedinu komponentu struje koja teče u nepropusnoj polarizaciji zove se reverzna struja zasićenja. Ona je na sobnoj temperaturi tek reda veličine $\mu A - nA$.

Grafički prikaz relacije (1) je strujno naponska karakteristika idealne poluvodičke diode (sl.3).

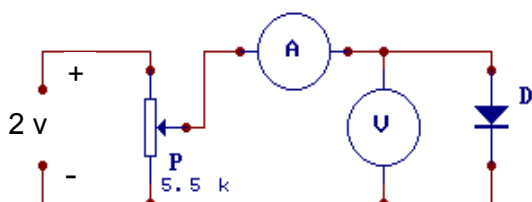


Malena struja kod negativnih napona nepropusne polarizacije i nagli porast struje već kod malih napona propusne polarizacije znači veliku razliku otpora PN diode u propusnom i nepropusnom smjeru. To znači da ovaj elektronički element ima ispravljачko djelovanje na čemu je zasnovana njegova uloga u elektroničkim sklopovima.

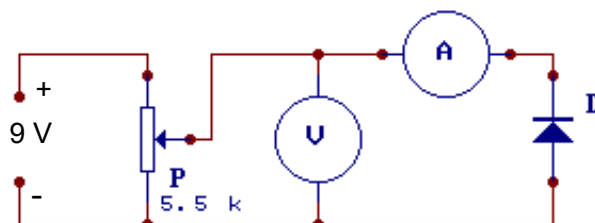
Slika 3. Strujno naponska karakteristika idealne poluvodičke diode.

ZADACI:

1. Sklapanjem spojeva prema zadanim shemama odrediti strujno - naponske karakteristike danih poluvodičkih dioda.



Propusna polarizacija



Nepropusna polarizacija

2. Koja je bolja ispravljačica ?

Naputak:

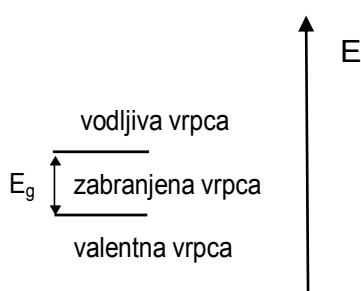
- Zbog nesavršenosti mjernih instrumenata uklopiti ih u spoj na različit način kod propusne i nepropusne polarizacije kao što je prikazano na slici.
- Uvažiti vrijednosti maksimalne dozvoljene struje za propusnu polarizaciju:
Germanijeve diode AY 102 $I_{\max} = 500 \mu\text{A}$
Silicijeve diode BY 238 $I_{\max} = 500 \text{ mA}$
- Napon nepropusne polarizacije mijenati do vrijednosti - 8 V.

INVENTAR:

Naziv	Tip	Količina
ELEKTRONIČKI UREĐAJI I INSTRUMENTI		
Ispravljač	Iskra MA 4150	1
Voltmetar	UNIMER 42	1
Ampermetar	PHYWE 07034.00 (UNIMER 06)	1
ELEKTRONIČKI ELEMENTI		
Poluvodička dioda (Germanij)	AY 102	1
Poluvodička dioda (Silicij)	BY 248	1
Potenciometar	PRN 117- 5.5 kΩ	1
OSTALO		
Spojne žice		

ENERGIJA ZABRANJENE VRPCE POLUVODIČKE DIODE

Za poluvodiče, kao za sva kristalična čvrsta tijela, karakteristična je vrpčasta energetska struktura. Zbog konačnog razmaka među atomima u kristalu oni stupaju u interakcije te dolazi do cijepanja diskretnih energetskih nivoa na niz bliskih stanja čiji je broj jednak stupnju degeneracije diskretnog energetskog nivoa svojstvenog izoliranom atomu. Tako za dani razmak atoma u kristalnoj rešetki nastaju tri energetske vrpce u smjeru rastućih energija: valentna, zabranjena i vodljiva (sl.1).



Slika 1. Energetska struktura poluvodiča

Na temperaturi apsolutne nule u poluvodiču nema slobodnih nosilaca elektriciteta, jer su elektroni vezani u elektronskim dubletima kojima se ostvaruje kovalentna veza među atomima u kristalu. Sva raspoloživa stanja su zaposjednuta i nalaze se u valentnoj vrpci. Porastom temperature razbijaju se kovalentne veze, elektroni se oslobađaju i prelaze u vodljivu vrpcu čija su sva stanja na apsolutnoj nuli nezaposjednuta. Ona je od valentne vrpce razdvojena područjem zabranjenih energija, pa tek dodatkom energija većih od širine zabranjene vrpce elektroni mogu prijeći u vodljivu. Statistički gledano, vjerojatnost prijelaska elektrona u vodljivu vrpcu f za određenu energiju kT eksponencijalno opada sa širinom zabranjene vrpce E_g

$$f \sim e^{-\frac{E_g}{kT}}$$

Prema tome će vodljivost materijala na određenoj temperaturi T biti to veća što je širina zabranjene vrpce manja. Ona je kod poluvodiča reda veličine 1 eV.

E_g je moguće odrediti mjerenjem ovisnosti reverzne struje zasićenja poluvodičke diode I_S o temperaturi. To je struja manjinskih nosilaca koji se u ekstrinzičnom poluvodiču stvaraju razbijanjem kovalentnih veza, tj. u procesu koji je ovisan o temperaturi. Zato će i reverzna struja zasićenja biti ovisna o temperaturi, a tu ovisnost se može mjeriti u nepropusno polariziranom PN spoju gdje reverzna struja zasićenja predstavlja jedinu komponentu struje koja teče kroz PN spoj.

U nepropusnoj polarizaciji priključen napon U je negativan ($U < 0$), pa se iz izraza za strujno-naponsku karakteristiku idealne diode

$$I = I_S \left(e^{\frac{qU}{kT}} - 1 \right) \quad (1)$$

vidi da je za $|U| \gg \frac{kT}{q}$ struja kroz diodu neovisna o naponu i jednaka

$$I = -I_S.$$

Pritom je na sobnoj temperaturi dovoljan $|U| \sim 0.1 \text{ V}$ da bi eksponencijalni član u (1) postao zanemariv prema jedinici. Struja reverzne polarizacije jednaka je

$$I_S = S q n_i^2 \left(\frac{D_p}{N_D L_p} + \frac{D_n}{N_A L_n} \right) \quad (2)$$

gdje je:

n_i^2 - intrinzična koncentracija dana izrazom

$$n_i^2 = C T^3 e^{-\frac{E_g}{kT}} \quad (3)$$

C - veličina koja u maloj mjeri ovisi o materijalu

S - površina presjeka PN spoja

T - apsolutna temperatura

E_g - energija zabranjene vrpce

D_p - difuzijska konstanta šupljina

D_n - difuzijska konstanta elektrona

L_p - difuzijska duljina šupljina

L_n - difuzijska duljina elektrona

N_D - koncentracija donorskih nečistoća

N_A - koncentracija akceptorskih nečistoća

q - elementarni naboj

k - Boltzmanova konstanta

Iz (2) i (3) slijedi:

$$I_S = S q C T^3 e^{-\frac{E_g}{kT}} \left(\frac{D_p}{N_D L_p} + \frac{D_n}{N_A L_n} \right) \quad (4)$$

Uzme li se u obzir da je temperaturna ovisnost E_g , difuzijskih duljina L i difuzijskih konstanti D puno slabije izražena u odnosu na član $T^3 e^{-\frac{E_g}{kT}}$, te se u dobroj aproksimaciji može zanemariti, izraz (4) prelazi u

$$I_S = K T^3 e^{-\frac{E_g}{kT}} \quad (5)$$

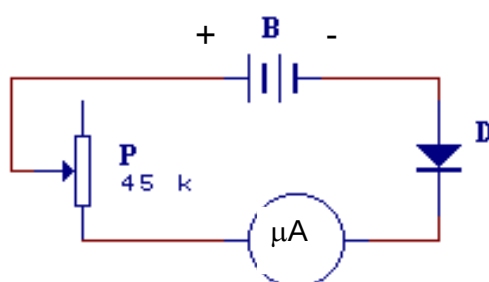
Dijeljenjem (5) sa T^3 i logaritmiranjem dobije se:

$$\ln \frac{I_S}{T^3} = \ln K - \frac{E_g}{kT} \quad (6)$$

Funkcija $\ln \frac{I_S}{T^3} = f\left(\frac{1}{T}\right)$ je pravac koeficijenta smjera $-\frac{E_g}{k}$. Mjerenjem ovisnosti reverzne struje zasićenja o temperaturi $I_S = f(T)$ može se odrediti energija zabranjene vrpce E_g iz nagiba pravca koji se dobije interpolacijom kroz mjerene vrijednosti.

ZADACI:

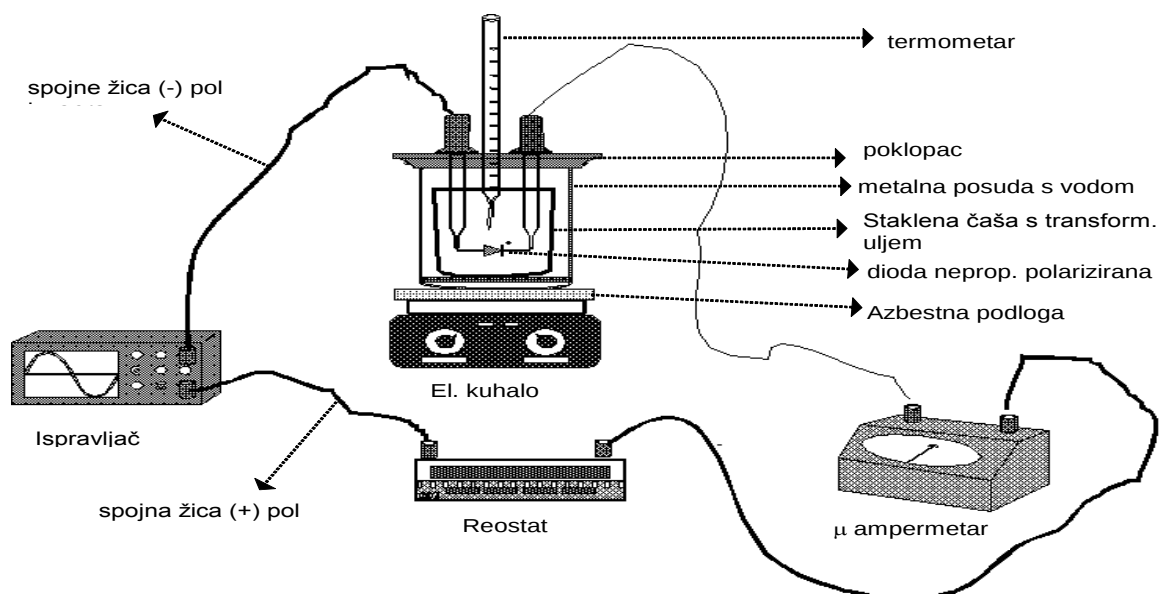
1. Odrediti energiju zabranjene vrpce E_g za dani poluvodič spajanjem poluvodičke diode u prikazani krug.



2. Energiju zabranjene vrpce odrediti metodom najmanjih kvadrata. Odrediti pogreške iz pogrešaka koeficijenata pravca regresije.

Naputak:

- Prije uključivanja napona promjenljivi otpornik staviti na najveći otpor. Napon postepeno povećavati od minimuma prema većim vrijednostima. Zatim smanjiti otpor na minimum a napon ostaviti na vrijednosti kod koje se na mikroampermetru registrira struja $\leq 1 \mu\text{A}$. Napon više ne mijenjati, samo grijati diodu i očitavati temperaturu za svako povećanje reverzne struje zasićenja od $0.5 \mu\text{A}$.
- Kod grafičkog prikaza se na os apcisu može nanijeti $(1/T) 10^{-3} (\text{K}^{-1})$, dok se na os ordinatu može nanijeti $\ln(I_S/T^3)$.
- Vježba se izvodi tako da se dioda i termometar urone u transformatorsko ulje kao što je prikazano na slici, koje je električni izolator i ujedno dobar vodič topline
- Posuda sa uljem uronjena je u veću posudu s vodom preko koje se zagrijava. Time se osigurava maksimalna temperatura od 100°C . Silicijeva dioda podnosi temperaturu 150°C dok germanijeva dioda kojoj temperatura ne smije prijeći 70°C nije podesna za ovakva mjerenja.



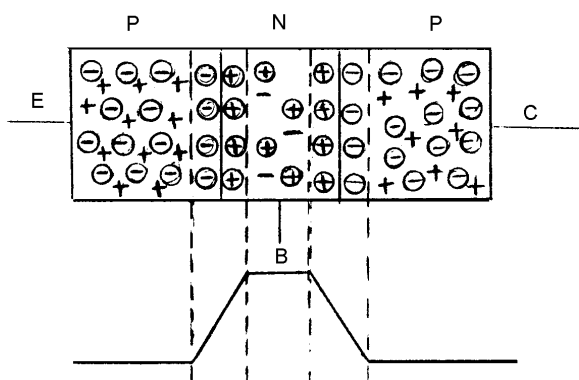
INVENTAR:

Naziv	Tip	Količina
ELEKTRONIČKI UREĐAJI		
Stabilizirani ispravljač	Iskra MA 4150	2
Mikroampermetar	Iskra ØBL 0120	1
ELEKTRONIČKI ELEMENTI		
Potenciometar	Iskra PRN 017 45 kΩ	1
Dioda	BY 180	1
OSTALO		
El. kuhalo	450 W	1
Transformatorsko ulje		2 dl
Termometar	100 °C	1
Aluminijska posuda	Volumena 1 lit	1
Staklena čaša	Volumena 0.2 lit	1
Poklopac za staklenu času sa otvorima za izvode diode i termometra		1
Azbestna podloga		2
Spojne žice		

BIPOLARNI TRANZISTOR

Tranzistor je poluvodički elektronički element koji sadrži dva PN spoja. Razlikujemo unipolarni (tranzistor s efektom polja) u čijem radu sudjeluje samo jedan tip nosilaca naboja i bipolarni čiji rad određuje dva tipa nosilaca-većinski i manjinski.

Tranzistor ima tri elektrode. Kod bipolarnog tranzistora su to emiter E, baza B i kolektor C. Postoje dva tipa bipolarnog tranzistora PNP i NPN ovisno o tipovima ekstrinzičnog poluvodiča od kojih su emiter, baza i kolektor građeni. Kod tranzistora PNP tipa u emiteru i kolektoru nosioci su šupljine a manjinski elektroni. U bazi N tipa je obratno.



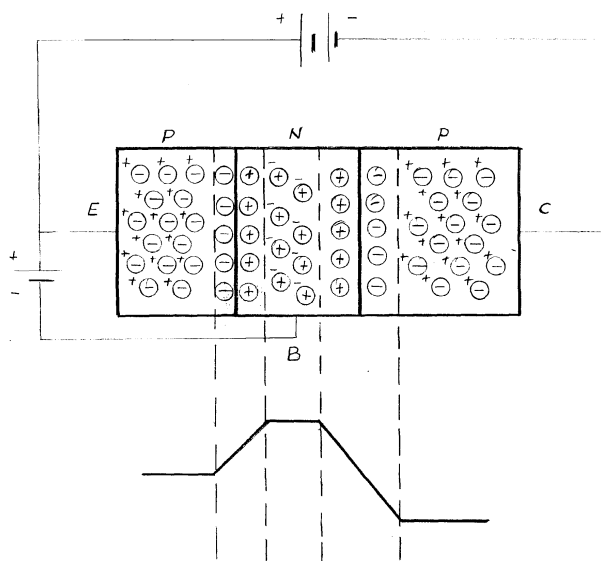
Na kontaktu poluvodiča različitih tipova formiraju se dvije potencijalne barijere (sl.1).

Kad se tranzistor preko emitera i kolektora priključi na izvor napona U_{CE} , bez obzira na njegov polaritet uvijek će jedan PN spoj biti nepropusno polariziran, a drugi propusno, ovisno o tome koja se potencijalna barijera povećala, a koja smanjila (sl.2.)

Slika 1. Bipolarni PNP tranzistor u ravnoteži

Strujnim krugom kroz tranzistor može teći samo reverzna struja zasićenja nepropusno polariziranog PN spoja. Pri polarizaciji vanjskim naponom kao na (sl.2) to je spoj baza -kolektor. Cilj je tu struju kroz tranzistor povećati. To se postiže povećanjem napona propusne polarizacije spoja emiter-baza priključivanjem napona U_{BE} (sl.2) čime se povećava koncentracija manjinskih šupljina u bazi jer su one u većem broju došle iz emitera gdje predstavljaju većinske nosioce. Da bi u što većem broju stigle do kolektora treba smanjiti njihov gubitak u bazi rekombinacijom s većinskim elektronima. To se postiže smanjenjem širine baze, te slabijim onečišćenjem baze čime se u njoj smanjuje koncentracija većinskih elektrona. Time se postiže i smanjenje elektronske komponente emitterske struje koja nema utjecaja na pojačanje tranzistora.

Rekombinacijom izgubljeni elektroni u bazi nadoknađuju se iz vanjskog izvora U_{BE} i čine baznu struju tranzistora.



Slika 2. Polarizacija PN spojeva kod bipolarnog tranzistora priključenjem vanjskog napona

Povećanjem koncentracije manjinskih nosilaca u bazi povećava se i reverzna struja zasićenja spoja baza-kolektor odnosno struja u krugu.

Da bi se sačuvala nepropusna polarizacija spoja baza-kolektor mora biti $|U_{CE}| > |U_{BE}|$, što osigurava tranzistoru normalan režim rada u krugu pojačala. Ukoliko je $|U_{CE}| < |U_{BE}|$ spoj kolektor-baza je, kao i spoj baza-emiter, propusno polariziran i tranzistor je u zasićenju.

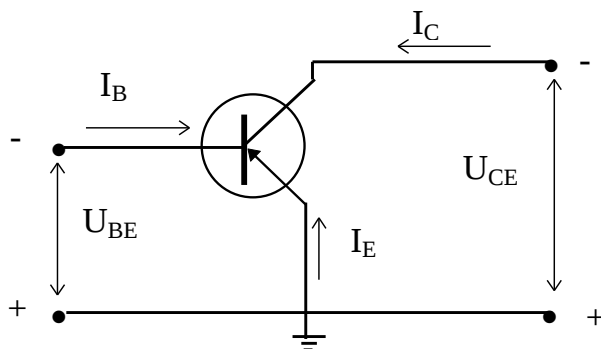
Kod nepropusne polarizacije obaju PN spojeva, tranzistor je u prekidu.

Način vezivanja tranzistora

Da bi tranzistor upotrijebili za pojačanje nekog signala, ili u neku drugu svrhu, treba ga na određeni način vezati u strujni krug, ovisno od toga što želimo njime postići. Pri tom se njegove tri elektrode mogu spojiti na tri načina, tako da čine spoj:

- a) sa zajedničkom bazom
- b) sa zajedničkim emiterom
- c) sa zajedničkim kolektorom

Jedna se elektroda priključuje na ulaz, druga na izlaz, dok je treća zajednička i za ulaz i za izlaz. Ona je obično uzemljena. Pri tom se smjer struje prema tranzistoru označen strelicama na shemi (sl.3), dogovorno uzima kao pozitivan, a naponi su definirani kao potencijalne razlike između pojedinih elektroda i uzemljene elektrode. U spoju sa zajedničkim emiterom za tranzistor PNP tipa kao na sl.3 su bazna i kolektorska struja negativnog predznaka jer je njihov smjer suprotan dogovornom.



Slika 3. Bipolarni tranzistor PNP tipa u spoju sa zajedničkim emiterom

Tranzistor u emitterskom spoju

Tranzistor u emitterskom spoju djeluje kao pojačalo signala kod kojeg su bazna struja I_B i napon između baze i emitera U_{BE} ulazne veličine a kolektorska struja I_C i napon između kolektora i emitera U_{CE} izlazne veličine.

Od tri moguća režima rada, a to su normalno aktivno područje, prekid i zasićenje, tranzistor u krugu pojačala radi u normalnom aktivnom području gdje je spoj baza-emiter propusno polariziran, a spoj baza-kolektor nepropusno.

Kad se govori o pojačanju tranzistora treba razlikovati faktor strujnog pojačanja (β) i naponskog pojačanja (β_u) koji daju odnos promjene odgovarajuće izlazne veličine prema ulaznoj. Za spoj sa zajedničkim emiterom ti su faktori definirani kao:

$$\beta = \left(\frac{dI_C}{dI_B} \right)_{U_{CE}} \quad \text{i} \quad \beta_u = \left(\frac{dU_{CE}}{dU_{BE}} \right)_{I_C}$$

što znači da se struje mijenjaju pri stalnom U_{CE} , a promjene napona u β_u se dešavaju kod stalne struje I_C .

Posebno se definiraju istosmjerni faktori pojačanja, koji daju omjer istosmjerne izlazne veličine prema ulaznoj. Tako za istosmjerni faktor strujnog pojačanja vrijedi:

$$B = \frac{I_C}{I_B}$$

Kod kolektorskih struja u normalno aktivnom području je približno ispunjeno:

$$\beta \approx B$$

Pri procjeni veličine faktora β treba imati na umu da je kolektorska struja puno veća od bazne, jer I_C predstavlja onaj dio emitterske struje I_E koji stiže do kolektora, a to je 95% - 99% I_E , dok se preostali mali dio koji odgovara baznoj struji gubi na rekombinaciji u bazi. β se kreće u granicama

$$20 < \beta < 200$$

Statičke karakteristike i parametri tranzistora sa uzemljenim emiterom

Statičke karakteristike općenito pokazuju ovisnost istosmjernih veličina koje karakteriziraju ulaz i izlaz tranzistora. Iz tih se karakteristika izvode hibridni "h" parametri tranzistora.

Obzirom da svaki spoj tranzistora ima 2 ulazne i 2 izlazne veličine, mogu se i za emitorski spoj konstruirati 4 familije krivulja koje daju međusobnu ovisnost dviju veličina, pri čemu je treća stalni parametar.

To su:

Ulazne karakteristike

$$U_{BE} = f(I_B) U_{CE}$$

sa pripadnim hibridnim parametrom h_{11} :

$$h_{11} = r_{BE} = \left(\frac{dU_{BE}}{dI_B} \right)_{U_{CE}} \text{ koji ima značenje diferencijalnog ulaznog otpora.}$$

Povratne karakteristike

$$U_{BE} = f(U_{CE}) I_B$$

sa pripadnim hibridnim parametrom h_{12} :

$$h_{12} = v_r = \left(\frac{dU_{BE}}{dU_{CE}} \right)_{I_B} \text{ koji ima značenje faktora povratnog djelovanja.}$$

Prijenosne karakteristike

$$I_C = f(I_B) U_{CE}$$

sa pripadnim hibridnim parametrom h_{21} :

$$h_{21} = \beta = \left(\frac{dI_C}{dI_B} \right)_{U_{CE}} \text{ koji ima značenje faktora strujnog pojačanja.}$$

Izlazne karakteristike

$$I_C = f(U_{CE}) I_B$$

sa pripadnim hibridnim parametrom h_{22} :

$$h_{22} = \frac{1}{r_{CE}} = \left(\frac{dI_C}{dU_{CE}} \right)_{I_B} \quad \text{koji ima značenje diferencijalne izlazne vodljivosti.}$$

Sve su karakteristike nelinearne što znači da veličina hibridnih parametara ovisi o izboru radne točke. Matematički, oni predstavljaju koeficijent smjera tangente na odgovarajuću karakteristiku u odabranoj radnoj točki.

Njihovo grafičko određivanje podrazumijeva fizikalno smislene konačne promjene odgovarajućih veličina. To znači da je provedena linearna aproksimacija krivulje, gdje se ona sastoji od niza malih ali konačnih segmenata. Svaki od njih sadrži radnu točku i njen bliski okoliš za koji se hibridni parametar određuje.

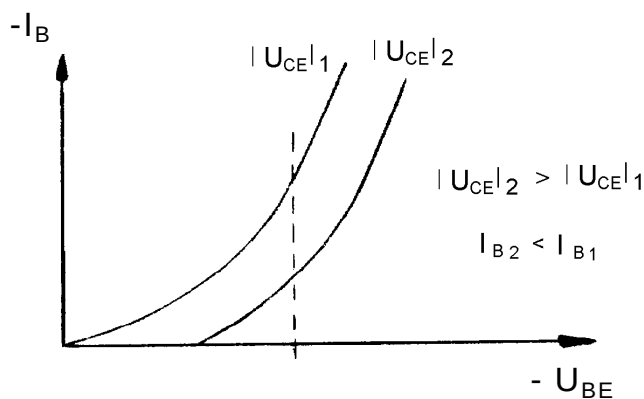
Tako se naprimjer, diferencijalni izlazni otpor r_{BE} istovjetan hibridnom parametru h_{11} u bliskom okolišu odabrane radne točke A (U_{BEA} , I_{BA}) pri određenom U_{CE} nalazi pomoću konačnih promjena ΔU_{BE} i ΔI_B na kratkom linearnom dijelu pripadne ulazne karakteristike koji je određen radnom točkom A i njenim bliskim okolišem.

U praksi se najviše koriste ulazne i izlazne karakteristike. Pomoću njih se mogu konstruirati i druge dvije familije karakteristika.

Ulazne karakteristike:

Definirane su odnosom $I_B = f(U_{BE})_{U_{CE}}$. To je karakteristika propusno polariziranog PN spoja dana izrazom

$$I_B = I_{BS} e^{\frac{U_{BE}}{U_T}}, \text{ pri čemu je } U_{BE} \gg U_T, \text{ a } U_T = \frac{kT}{e}. \text{ Na sobnoj temperaturi } 300 \text{ K } U_T \text{ iznosi } 0.026 \text{ V.}$$



Slika 4. Ulazne karakteristike PNP tranzistora u emitorskom spoju

Sa slike 4, koja prikazuje ulazne karakteristike PNP tranzistora u emitorskom spoju vidljivo je da se karakteristika pomiče udesno s porastom apsolutne vrijednosti napona U_{CE} . Taj napon osigurava potrebnu nepropusnu polarizaciju baza-kolektor spoja, ukoliko je ispunjen uvjet $|U_{CE}| > |U_{BE}|$. Porastom $|U_{CE}|$ raste napon nepropusne polarizacije spoja kolektor-baza. Ovo ima za posljedicu proširenje barijere na tom spoju i to na račun slabije onečišćenog dijela spoja, a

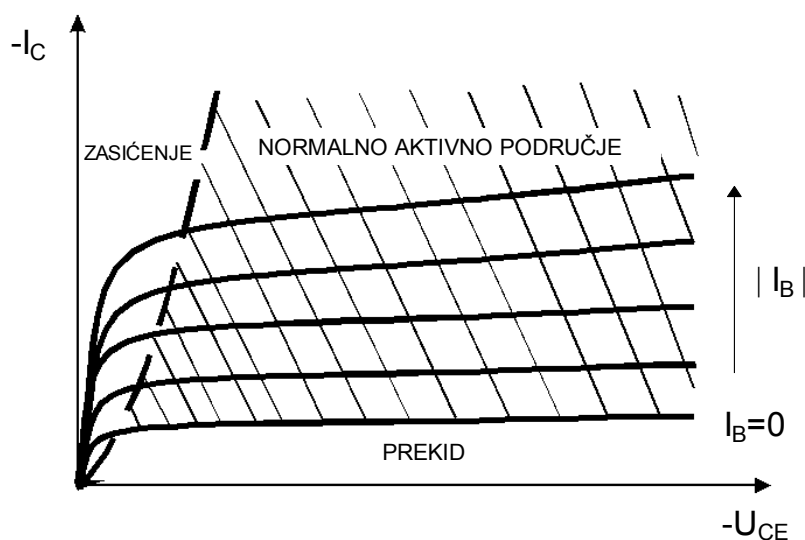
to je redovito baza. Njena električka širina se smanjuje što ima za posljedicu smanjenje rekombinacijske komponente bazne struje. To znači da se za određeni U_{BE} i povećani $|U_{CE}|$ njezina karakteristika pomiče udesno. Ovaj je efekt poznat kao Earlyev efekt.

Ako je struja baze stalna, porast $|U_{CE}|$ povlači za sobom porast $|U_{BE}|$, a taj utjecaj izlaznog napona na ulazni je izražen faktorom povratnog djelovanja v_r . Ovaj hibridni parametar koji kod idealnog tranzistora iščezava, kod realnog tranzistora ima malenu konačnu vrijednost.

Izlazne karakteristike

Ova familija karakteristika (sl.5) predodžuje ovisnost $I_C = f(U_{CE})_{I_B}$.

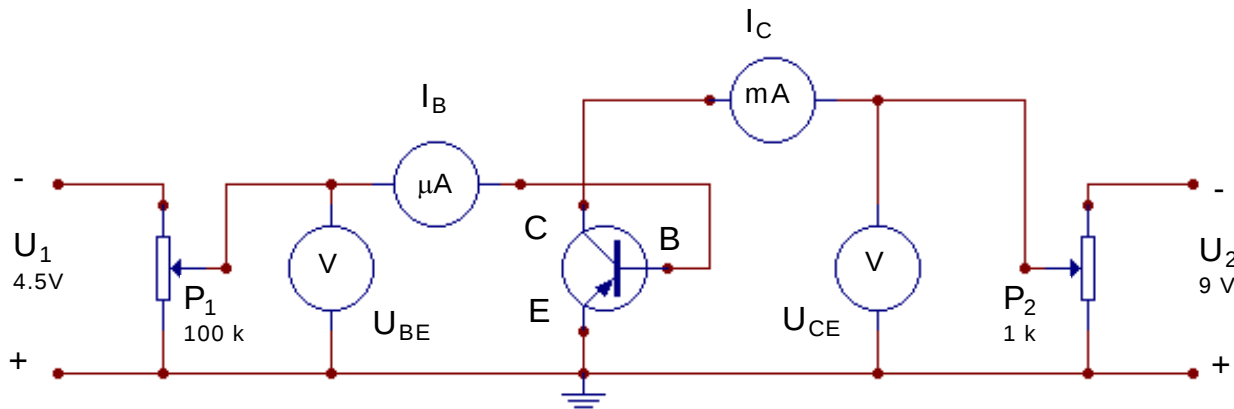
U normalnom aktivnom području je kolektorska struja približno neovisna o izlaznom naponu U_{CE} i raste s porastom struje baze I_B koja je odabrana kao parametar. Lagani porast I_C sa naponom U_{CE} je posljedica Earlyevog efekta, odnosno svojstvo realnog tranzistora.



Slika 5. Izlazne karakteristike PNP tranzistora u emitorskom spoju sa označenim radnim područjima

ZADACI:

1. Snimiti ulazne i izlazne karakteristike danog tranzistora u spoju sa zajedničkim emiterom prema shemi.

**Naputak:**

- Mjerenja započeti od najnižih napona U_{BE} i U_{CE} . Pomoću potenciometra P_2 odabrati U_{CE} koji je stalan za svaku ulaznu karakteristiku. Mijenjati U_{CE} u koracima od 0.1 V počev od vrijednosti $U_{CE} = 0.1$ V. Ulazne veličine mijenjati pomoću potenciometra P_1 . Voditi računa da je za tranzistor AC 550 $I_{Bmax} = 300$ mA.
 - Potenciometrom P_1 odabrati struju baze I_B . Pomoću P_2 mijenjati U_{CE} i očitavati pripadne I_C . u koracima od 10 μA (10, 20, 30, 40, 50 μA). Paziti da se tijekom mjerenja ne prijeđe maksimalna dozvoljena disipacija kolektora $P_C = U_C I_C$. Kod ovog tranzoistora je $P_{Cmax} = 120$ mW.
2. Pomoću dobivenih izlaznih karakteristika odrediti faktore strujnog pojačanja B i β u dvjema radnim točkama u normalnom aktivnom području. Usporediti i diskutirati dobivene rezultate.

Naputak:

- Za određenu vrijednost U_{CE} u normalnom aktivnom području odabrati parove vrijednosti (I_{B1} I_{C1}) i (I_{B2} I_{C2}) i naći B_1 , B_2 i β_{12} . Promijeniti U_{CE} i istim postupkom za druga dva para vrijednosti struja odrediti B_3 , B_4 i β_{34} .
- Usporediti: faktore B međusobno, β_{12} i β_{34} , te konačno vrijednost B sa vrijednostima β .

INVENTAR:

Naziv	Tip	Količina
ELEKTRONIČKI UREĐAJI		
Stabilizirani ispravljač	Iskra MA 4150	2
Voltmetar (U_{BE} , U_{CE})	Unimer 42	2
Ampermetar (I_C)	PHYWE 07034.00 (UNIMER 06)	1
Ampermetar (I_B)	Iskra US4a	1
ELEKTRONIČKI ELEMENTI		
Potenciometar (U_{CE})	1 k Ω	1
Potenciometar (U_{BE})	100 k Ω	1
Tranzistor	AC 550	1
OSTALO		
Spojne žice		

ISPRAVLJAČKI SKLOPOVI

Osnovni element u ovim sklopovima je poluvodička dioda koja ispravlja izmjenične napone, te stoga ispravljači predstavljaju jedno od najvažnijih primjena diode u elektroničkim sklopovima. Pritom se koristi njeno svojstvo da u jednom smjeru pruža struji malen otpor, a u suprotnom puno veći. Idealni ispravljač bi trebao u jednom smjeru imati otpor nula, a u drugom beskonačno velik. Ispravljački sklopovi su nužni u svim modernim uređajima koji se napajaju iz gradske mreže kako bi promjenjivi signal pretvorili u konstantni, nefluktuirajući istosmjerni signal. Stabilan napon i stabilno naponsko napajanje je izrazito važno za rad mnogih modernih instrumenata.

KONDENZATOR

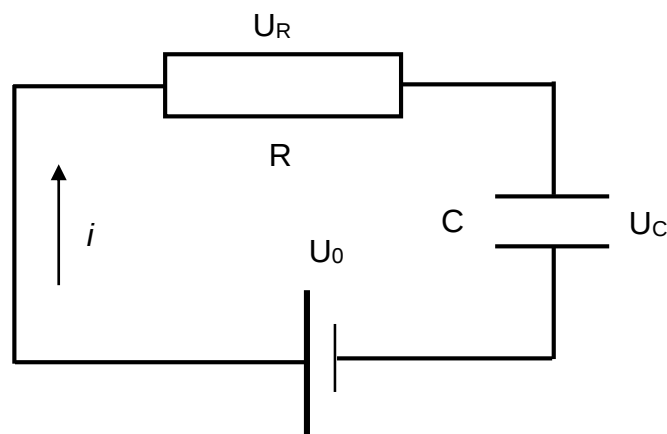
Kondenzator je elektronski element u kojem se pohranjuje električki naboj. U jednostavnom prikazu sastoji se od dvije metalne ploče na kojima se može pohraniti električki naboj. Radi očuvanja električke neutralnosti, ploče moraju biti nabijene različitim nabojem pa se stoga između njih javlja električno polje, a u kondenzatoru se pohranjuje energija električnog polja. Kapacitet C kondenzatora opisuje količinu naboja dQ kojeg je moguće pohraniti na pločama kondenzatora po jedinici napona (razlike potencijala) dU između ploča kondenzatora:

$$C = \frac{dQ}{dU}$$

Kapacitet jednostavnog pločastog kondenzatora koji se sastoji od dvije paralelne ploče površine S razmaknute na udaljenost d iznosi:

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d}$$

gdje je $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}$ F/m dielektrična konstanta ili permitivnost vakuuma, dok je ε_r dielektrična konstanta ili permitivnost sredstva kojim je ispunjen prostor između ploča (za vakuum je $\varepsilon_r = 1$).



Slika 1. Nabijanje kondenzator u strujnom krugu

Kondenzator spojen u električni krug sa istosmjernim izvorom (baterija) koji se nabija kroz otpornik R neće se nabiti na napon izvora istovremeno sa zatvaranjem strujnog kruga (slika 1). Kondenzatoru će trebati određeno vrijeme da se zbog konačnosti struje kroz otpornik R kojom se nabija te količine naboja koje može pohraniti u potpunosti nabije i na svojim krajevima uspostavi razliku potencijala koja odgovara naponu izvora. Ukoliko napon izvora iznosi U_0 , kapacitet kondenzatora C , a otpor kroz koji se kondenzator nabija R , tada je struja kojom se kondenzator nabija jednaka

$$i = \frac{dQ}{dt} = \frac{dQ}{dU_c} \frac{dU_c}{dt} = C \frac{dU_c}{dt}$$

gdje je U_c napon na krajevima kondenzatora. Ukupan pad napona na omskom otporu i na kondenzatoru jednak je naponu izvora:

$$U_0 = U_R + U_C$$

gdje je U_R pad napona na otporu R . Uzmemo li u obzir Ohmov zakon:

$$U_R = iR = RC \frac{dU_c}{dt}$$

dobijemo za pad napona u strujnom krugu:

$$U_0 = RC \frac{dU_c}{dt} + U_c = \text{const.}$$

Rješenje ove diferencijalne jednadžbe je oblika:

$$U_c = Ae^{-pt} + B$$

gdje se koeficijenti A i B odrede iz rubnih uvjeta na početku ($t=0$) nabijanja kondenzatora:

$$U_C(t = 0) = 0 \text{ V}$$

dok nakon dovoljno dugo vremena ($t \rightarrow \infty$) napon na kondenzatoru poprima vrijednost napona izvora:

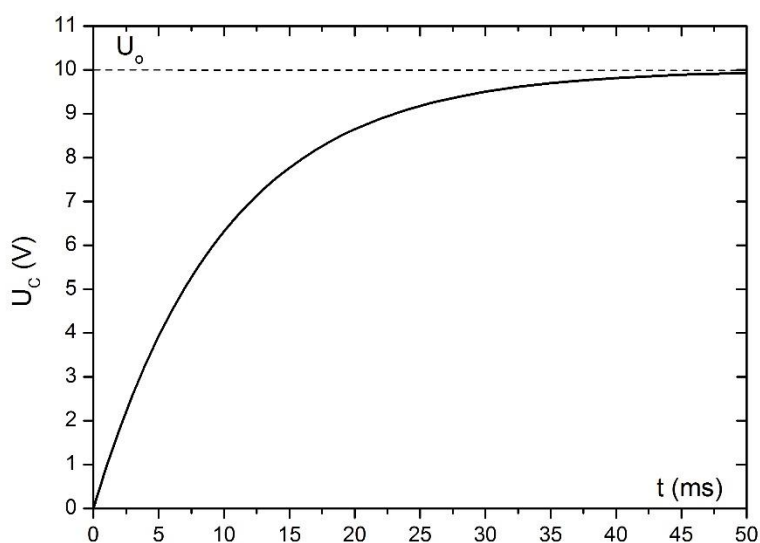
$$U_C(t \rightarrow \infty) = U_0$$

Konačno, napon na kondenzatoru ima oblik:

$$U_C = U_0(1 - e^{-t/RC}) = U_0(1 - e^{-t/\tau})$$

gdje je $\tau = RC$ karakteristično vrijeme nabijanja kondenzatora.

Gornji izraz pokazuje da se kondenzator ne može beskonačno brzo nabiti na napon izvora (U_0), već mu je za to potrebno neko konačno vrijeme kojeg karakterizira $\tau = RC$. Promijenom otpora otpornika kroz koji se kondenzator nabija i kapaciteta kondenzatora mijenjamo i brzinu nabijanja kondenzatora. U krugu s većim omskim otporom kondenzatoru će biti potrebno dulje vrijeme da se nabije na napon izvora jer je struja i nabijanja manja što je omski otpor u krugu veći. Ukoliko je kapacitet C kondenzatora veći, on može uskladištiti veću količinu naboja pa će stoga trebati duže vremena da se sa strujom i u krugu na kondenzator dopremi sav naboj. Nabijanje kondenzatora opisuje eksponencijalna krivulja prikazana na slici 2.

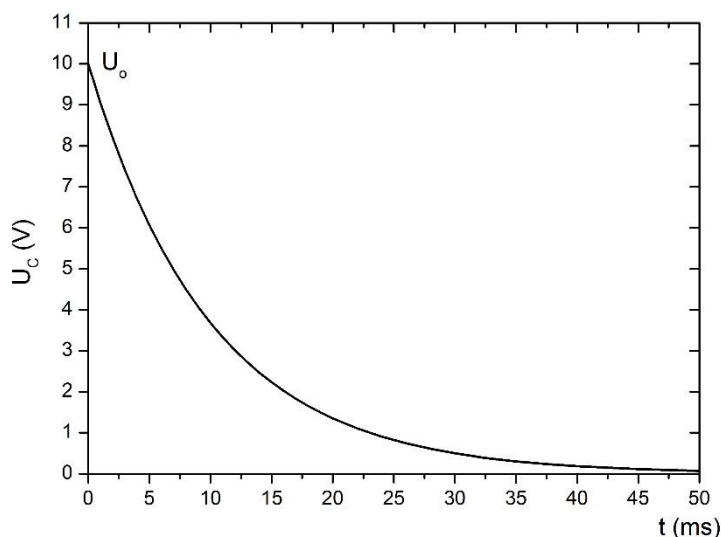


Slika 2. Nabijanje kondenzatora ($RC = 10 \text{ ms}$, $U_0 = 10 \text{ V}$)

Izbijanje kondenzatora je potpuno ekvivalentno nabijanju kondenzatora. Ukoliko se kondenzator prazni kroz omski otpor R , biti će potrebno konačno vrijeme da se sav naboj odnese sa kondenzatora i napon na njegovim krajevima padne na nulu. Izbijanje kondenzatora je također opisano eksponencijalnim padom napona U_C kondenzatora u vremenu:

$$U_C = U_0 e^{-t/RC} = U_0 e^{-t/\tau}$$

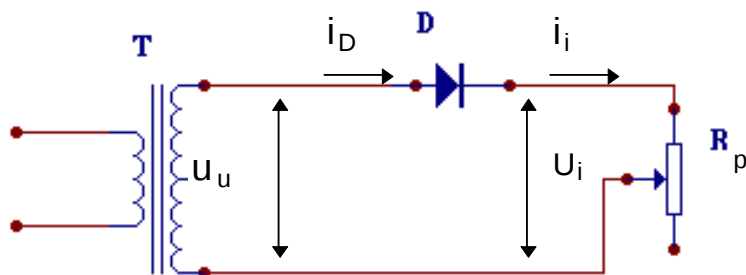
gdje je τ karakteristično vrijeme izbijanja kondenzatora opisano s $\tau = RC$. Analogno nabijanju kondenzatora, brzina izbijanja kondenzatora biti će to veća što je struja koja odvodi naboj iz kondenzatora veća a omski otpor R kroz koji se kondenzator izbija manji. Vrijeme potrebno da se kondenzator u potpunosti izbije biti će kraće ukoliko je u njemu pohranjeno manje naboja, odnosno ukoliko je kapacitet C kondenzatora manji.



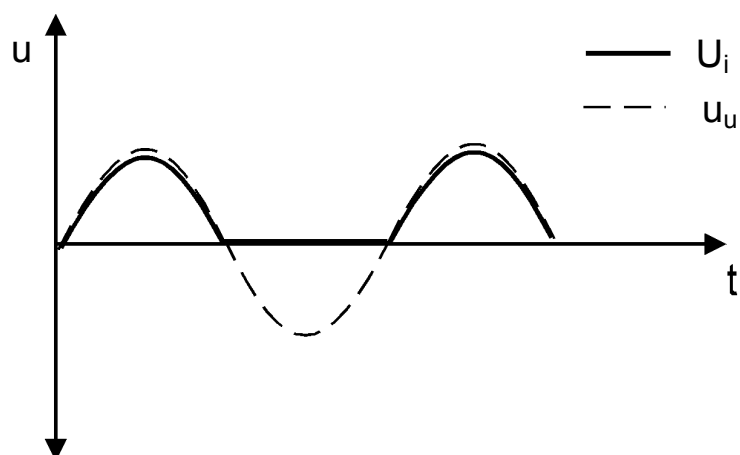
Slika 3. Izbijanje kondenzatora ($RC = 10 \text{ ms}$, $U_0 = 10 \text{ V}$)

SKLOP ZA POLUVALNO ISPRAVLJANJE

Ovo je najjednostavniji sklop za ispravljanje. Njegova skica, kao i oblik ulaznog izmjeničnog te izlaznog istosmjernog napona prikazan je na slici 4a i 4b. Za vrijeme pozitivne poluperiode ulaznog napona dioda je propusno polarizirana i propušta struju koja prolazi i kroz potrošač R_p . Na trošilu dolazi do pada napona koji je proporcionalan struji i koji prati oblik ulaznog napona, s tim što je u svakom trenutku manji od ulaznog za pad napona na diodi U_D (otpor diode u propusnom smjeru je konačan). U negativnoj poluperiodi ulaznog napona dioda je nepropusno polarizirana i njome prolazi samo reverzna struja zasićenja koja je zanemarivo malena ($I_s \approx 0$), pa je i pad napona na trošilu, tj izlazni napon vrlo malen.

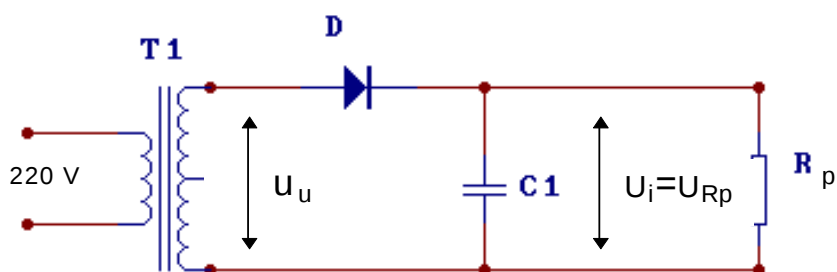


Slika 4a. Poluvalni ispravljač

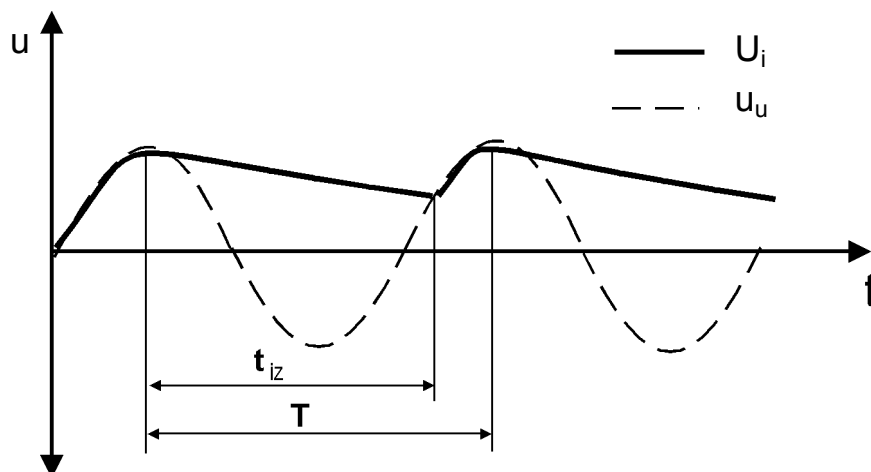


Slika 4b. Oblici ulaznog i poluvalno ispravljenog napona

Obzirom da prikazani sklop (sl.4a) daje pulzirajući napon, a cilj je dobiti istosmjerni napon koji se u vremenu što manje mijenja, potrebno je još izvršiti izgladivanje pulzirajućeg istosmjernog napona. To se najjednostavnije postiže priključivanjem kondenzatora paralelno s trošilom kao što je prikazano na slici 5a. Također su prikazani oblici ulaznog izmjeničnog, te izgladenog istosmjernog napona određene valovitosti U_w . Valovitost je definirana kao razlika maksimalne i minimalne vrijednosti izgladenog istosmjernog napona.



Slika 5a. Sklop za ispravljanje s izgladivanjem napona



Slika 5b. Oblici ulaznog i poluvalno ispravljenog izgladenog napona

Za vrijeme pozitivnih poluperioda kad dioda vodi struju kondenzator se nabija na maksimalnu vrijednost ulaznog napona $U_{\max}$ umanjenog za pad napona na diodi U_D . Taj napon na kondenzatoru predstavlja ujedno maksimalnu vrijednost izlaznog napona na potrošaču.

$$U_{Rp\max} = U_{imax}$$

$$U_{imax} = U_{umax} - U_D \quad (1)$$

Čim ulazni napon padne ispod svoje maksimalne vrijednosti dioda postaje nepropusno polarizirana i kondenzator se izbija kroz potrošač. Napon na kondenzatoru s vremenom pada sve dok ne postane po veličini jednak ulaznom naponu koji je u porastu. Tada dioda opet postaje propusno polarizirana, kondenzator se nabija i napon na njemu slijedi oblik ulaznog napona dok se ne dostigne maksimum i proces se periodički nastavlja dalje.

Da bi odredili faktore o kojima ovisi valovitost izgladenog napona, potrebo je naći vremensku ovisnost napona na kondenzatoru prilikom izbijanja. Općenito vrijedi:

$$i = i_c + i_i \quad (2)$$

gdje je "i" struja kroz diodu, i_c struja kondenzatora, i_i izlazna struja. Budući da je u vrijeme kroz koje je dioda nepropusno polarizirana $i = 0$, a i_c je struja izbijanja kondenzatora

$$i_c = \frac{dQ}{dt} = C \frac{du_c}{dt} = C \frac{du_i}{dt} \quad (3)$$

to je prema relaciji (2)

$$i_i = -C \frac{du_i}{dt} = \frac{u_i}{R_p} \quad (4)$$

pa dobijemo diferencijalnu jednadžbu izbijanja kondenzatora

$$\frac{du_i}{u_i} = -\frac{dt}{CR_p} \quad (5)$$

čije je rješenje

$$u_i = U_{i\max} e^{-\frac{t}{R_p C}} \quad (6)$$

Ako odaberemo $R_p C \gg T$, gdje je T perioda izmjeničnog napona, tada je za $t < T$

$$u_i \approx U_{i\max} \left(1 - \frac{t}{R_p C}\right) \quad (7)$$

Napon na kondenzatoru pada tijekom izbijanja kroz vrijeme $t_{iz} < T$ s vrijednosti $U_{i\max}$ na vrijednost $u_i(t_{iz})$, dakle za iznos koji je upravo jednak valovitosti izlaznog napona U_w :

$$\begin{aligned} U_w &= U_{i\max} - u_i(t_{iz}) \approx U_{i\max} - U_{i\max} \left(1 - \frac{t_{iz}}{R_p C}\right) \\ U_w &= U_{i\max} \frac{t_{iz}}{R_p C} \end{aligned} \quad (8)$$

Uz pretpostavku $R_p C \gg T$ postiže se dobro izgladivanje, pa je srednja vrijednost izlazne struje $\bar{I}_i$ približno jednaka njenoj maksimalnoj vrijednosti:

$$\bar{I} \approx I_{i\max} = \frac{U_{i\max}}{R_p} \quad (9)$$

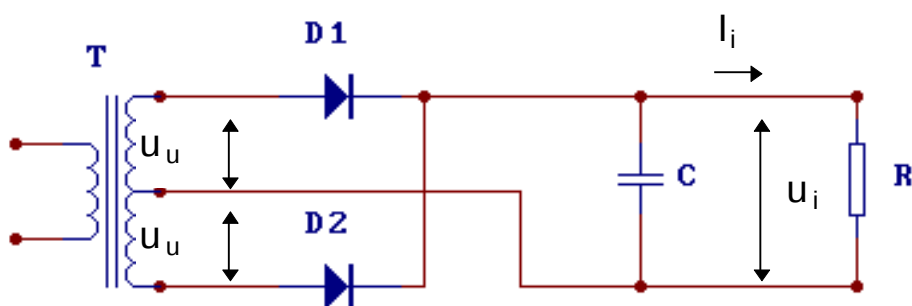
To uvršteno u relaciju (8) daje

$$U_w = \frac{\bar{I}_i t_{iz}}{C} \quad (10)$$

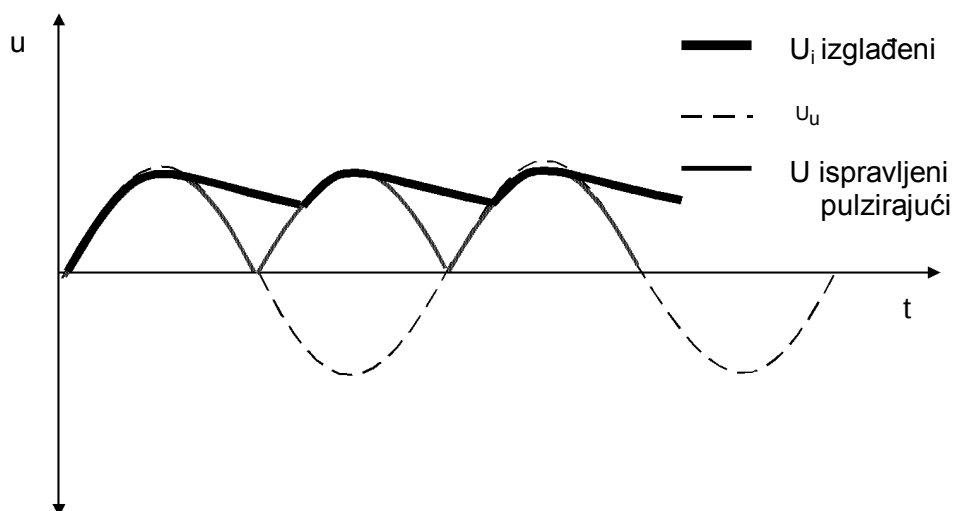
SKLOP ZA PUNOVALNO ISPRAVLJANJE

Ovaj sklop prikazan na (slici 6a) daje veće istosmjerne struje i smanjuje valovitost ispravljenog napona u odnosu na poluvalni ispravljač. To se postiže korištenjem obiju poluperioda ulaznog izmjeničnog napona za dobivanje istosmjernog. Varijanta punovalnog ispravljača prikazana na (slici 6a) ima izvod na sredini sekundara transformatora, tako da se za ispravljanje u svakoj poluperiodi koristi polovina ukupnog napona koji se dobije na sekundaru. U pozitivnoj poluperiodi izmjeničnog napona vodi dioda D_1 , struja teče kroz trošilo i na njemu stvara pozitivan pad napona. U negativnoj poluperiodi dioda D_1 je nepropusno polarizirana, a vodi D_2 , tako da je preko te diode trošilo priključeno na donju polovinu sekundara. Smjer struje kroz trošilo kao i polaritet napona na njemu je isti kao i u prethodnoj, pozitivnoj poluperiodi. Tako se dobije ispravljeni pulzirajući napon dvaput veće frekvencije od ulaznog izmjeničnog napona. On se može izgladiti na isti način kao poluvalni ispravljeni napon priključivanjem kondenzatora paralelno trošilu. Budući da se kondenzator kod punovalnog ispravljača za vrijeme jedne periode ulaznog napona dva puta nabija, valovitost je dvostruko manja nego kod poluvalnog ispravljača. Kako obje diode daju doprinos izlaznoj struji, svaka u jednoj poluperiodi, srednja je vrijednost izlazne struje dvaput veća od srednje vrijednosti struje kroz jednu diodu.

$$\bar{I} = 2\bar{I}_D$$



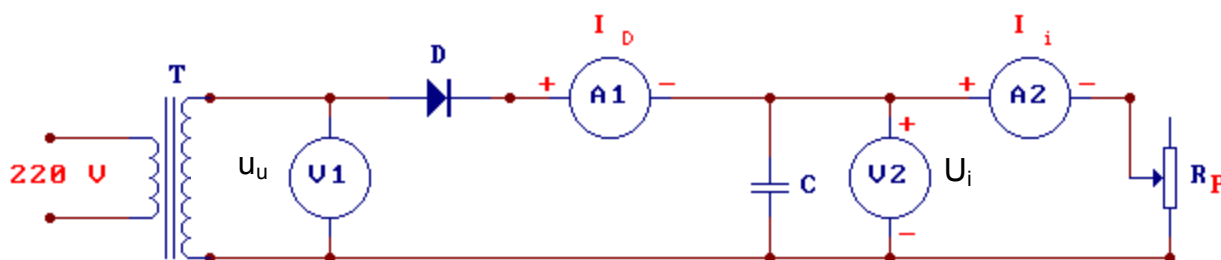
Slika 6a. *Punovalni ispravljač sa srednjim izvodom*



Slika 6b. Oblici ulaznog, punovalno ispravljenog pulzirajućeg te izgladenog izlaznog napona

ZADACI:

I. Poluvalni ispravljač sastaviti prema shemi i obaviti sljedeća mjerenja:



u_u = ulazni napon

U_i = izlazni napon

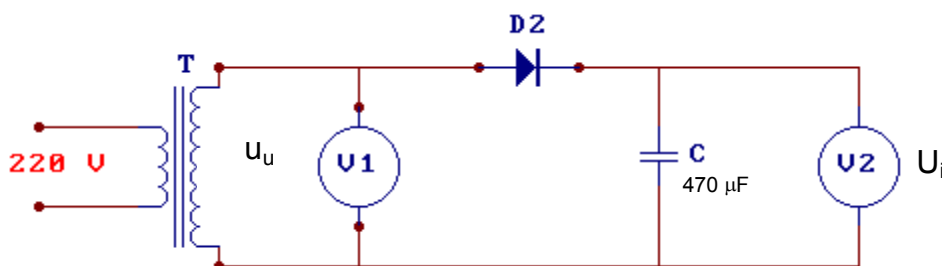
I_D = diodna struja

I_i = izlazna struja

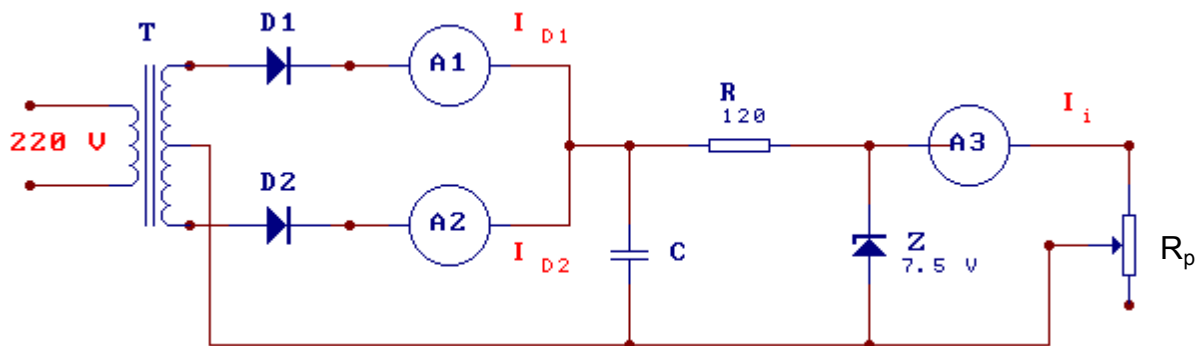
R_p = potrošač

- Bez kondenzatora C pomoću osciloskopa promatrati i nacrtati na istom grafu:
 - napon na potrošaču bez diode u strujnom krugu ($U_i = f(t)$)
 - napon na potrošaču U_i s pluvodičkom diodom u krugu
 - napon na poluvodičkoj diodi U_D
 - Priključivanjem napona b) i c) na oba kanala osciloskopa i usporedbom dobivenog s ulaznim naponom provjeriti relaciju $u_u = U_D + U_i$
- Ovisnost izlazne struje I_i o struji diode I_D
 - bez kondenzatora
 - s kondenzatorom ($C = 220 \mu\text{F}$)

3. Valovitost U_w izlaznog napona u ovisnosti o izlaznoj struji I_i uz konstantni kapacitet ($C = 470 \mu\text{F}$). Rezultate usporediti grafički s vrijednostima dobivenim računski prema relaciji (10) uvrštavanjem izmjerenih vrijednosti jakosti izlazne struje I_i i vremena izbijanja kondenzatora t_{iz} .
4. Valovitost U_w izlaznog napona u ovisnosti o kapacitetu C uz konstantnu izlaznu struju I_i ($I_i = 10 \text{ mA}$). Usporediti krivulju dobivenu mjerenjem i računski.
5. Ovisnost izlaznog napona U_i o ulaznom efektivnom naponu U_{eff} uz $I_i = 0$ prema priloženoj shemi. Na istom grafu $U = f(U_{\text{eff}})$ prikazati ovisnost $U_i = f(U_{\text{eff}})$ te $U = U_{\text{eff}} \sqrt{2}$. Očitanjem U_D sa grafa provjeriti relaciju $U_i = U_{\text{eff}} \sqrt{2} - U_D$.



II. Punovalni ispravljač sastaviti prema shemi i obaviti sljedeća mjerenja:

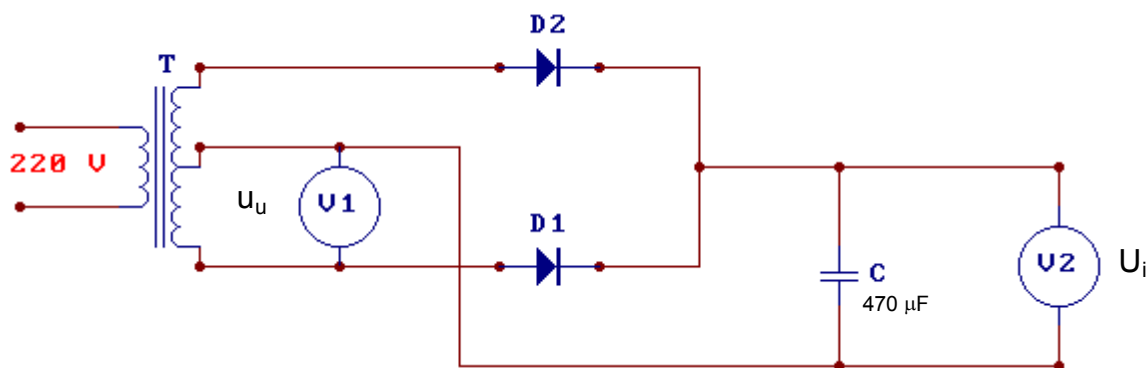


$C = 100, 220, 470, 1000 \mu\text{F}$

$R_p =$ promjenljivi otpornik

1. Izvesti sljedeća mjerenja:
 - a) Bez kondenzatora C i otpornika R pomoću 2-kanalnog osciloskopa promatrati i nacrtati na istom grafu ulazni napon i napona na potroša U_i .
 - b) isto mjerenje kao pod a) s kondenzatorom $C = 220 \mu\text{F}$.
2. Ovisnost izlazne struje I_i struji kroz diode I_D :
 - a) bez kondenzatora
 - b) s kondenzatorom $C = 220 \mu\text{F}$.

3. Valovitost U_w izlaznog napona u ovisnosti o izlaznoj struji I_i uz konstantni kapacitet ($C = 470 \mu\text{F}$). Rezultate usporediti grafički s vrijednostima dobivenim računski prema relaciji (10) uvrštavanjem vrijednosti C i izmjerenih t_{iz} .
4. Valovitost U_w nestabilnog izlaznog napona u ovisnosti o kapacitetu C uz konstantnu izlaznu struju I_i ($I_i = 10 \text{ mA}$). Usporediti mjerenu i računski dobivenu krivulju.
5. Ovisnost izlaznog napona U_i o ulaznom efektivnom naponu U_{eff} uz $I_i = 0$ prema priloženoj shemi. Na istom grafu $U = f(U_{\text{eff}})$ prikazati ovisnost $U_i = f(U_{\text{eff}})$ te $U = U_{\text{eff}} \sqrt{2}$. Očitanjem U_D sa grafa provjeriti relaciju $U_i = U_{\text{eff}} \sqrt{2} - U_D$.



Naputak:

1. Na transformator ne priključivati više od 220 V.
2. Kod zadataka 5 početi mjeriti od najnižih vrijednosti ulaznog napona u koracima od 1 V.

NAPOMENE:

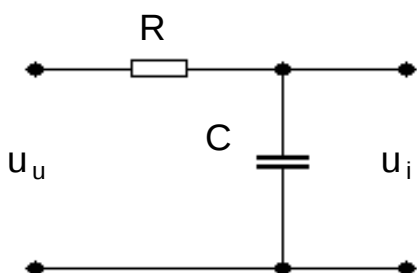
1. Katode svih dioda su posebno označene.
2. Voditi računa o polaritetu elektrolitskih kondenzatora (plus pol izvora na plus pol kondenzatora)

INVENTAR:

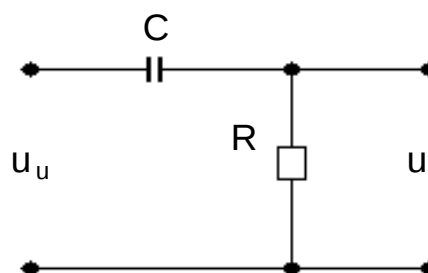
Naziv	Tip	Količina
UREĐAJI I INSTRUMENTI		
Transformator	220 V - 2 • 8 V	1
Regulacijski transformator	Iskra MA 4800	1
Osciloskop	Iskra MA 4072	1
Voltmetar	PHYWE 0706.00	1
Voltmetar	PHYWE 07035.00	1
Ampermetar	PHYWE 07036.00	2
Ampermetar	PHYWE 07026.00	1
Reostat	Iskra PRN 117	1
Spojne žice		
ELEKTRONIČKI ELEMENTI:		
Kondenzator	100 μF	1
Kondenzator	220 μF	1
Kondenzator	470 μF	1
Kondenzator	1000 μF	1
Otpornik	120 Ω	1
Poluvodičke diode	1N 5400	2

PASIVNI FILTRI

To su spojevi sastavljeni od odgovarajuće kombinacije kondenzatora i omskog otpora. Ovisno o načinu spajanja navedenih komponenti, spoj ili propušta niske frekvencije ulaznog izmjeničnog signala bez smanjenja amplitude (niskofrekventni filter) ili propušta visoke frekvencije, dok niske prigušuje (visokofrekventni filter).



Slika 1a: NF filter



Slika 1b: VF filter

VISOKOFREKVENTNI FILTER

Ovaj se spoj (sl.1b) može promatrati kao djelitelj napona ovisan o frekvenciji. Postojeći omski otpor R i kapacitivni otpor $1/j\omega C$ određuju odnos izlaznog i ulaznog napona na danoj frekvenciji

$$\frac{u_i}{u_u} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega CR}{1 + j\omega CR} = \frac{\omega^2 R^2 C^2}{1 + \omega^2 R^2 C^2} + j \frac{\omega CR}{1 + \omega^2 R^2 C^2} \quad (1)$$

Omjer amplituda signala na izlazu i ulazu dan je apsolutnom vrijednošću ovog izraza:

$$\frac{|u_i|}{|u_u|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 R^2 C^2}}} \quad (2)$$

Frekvenciju kod koje snaga na izlazu pada razvijena na nekom potrošaču R_p na polovinu ulazne vrijednosti razvijene na istom omskom otporu ("frekvencija pola

snage", granična frekvencija ν_g) dobijemo uvrštavanjem relacije za snagu u navedeni zahtjev.

$$\frac{1}{2} = \frac{P_i}{P_u} = \frac{\frac{|u_i|^2}{R_p}}{\frac{|u_u|^2}{R_p}} \quad \text{iz čega slijedi} \quad \frac{|u_i|}{|u_u|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (3)$$

Pomoću (2) i (3) dobije se za kružnu i linearnu graničnu frekvenciju:

$$\omega_g = \frac{1}{RC}, \quad \nu_g = \frac{1}{2\pi RC} \quad (4)$$

odnosno

$$\frac{|u_i|}{|u_u|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\nu_g^2}{\nu^2}}}$$

Grafički prikaz ove ovisnosti dan je na slici 4b.

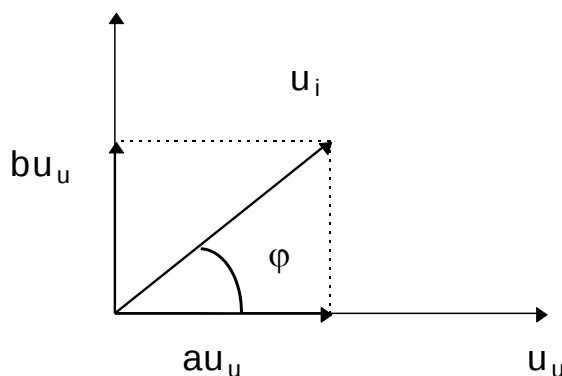
Iz relacije (1) se vidi da je omjer izlaznog i ulaznog napona kompleksna veličina ovisna o frekvenciji, što znači da postoji fazni pomak φ između signala na izlazu i ulazu koji se mijenja s frekvencijom. Ovisnost faznog pomaka o frekvenciji predložena je faznom karakteristikom filtra $\varphi(\nu)$. Ako relaciju (1) napišemo u obliku

$$u_i = (a + jb) u_u$$

gdje je

$$a u_u = \frac{\omega^2 R^2 C^2}{1 + \omega^2 R^2 C^2} u_u \quad \text{realni dio izlaznog signala } a$$

$$b u_u = \frac{\omega R C}{1 + \omega^2 R^2 C^2} u_u \quad \text{njegov imaginarni dio.}$$



Predloženjem ovih odnosa u kompleksnoj ravnini (sl.2) evidentno je da se fazni kut φ između izlaznog i ulaznog napona može izračunati kao

$$\varphi = \arctg \frac{b}{a}$$

Slika 2. Fazni pomak izlaznog napona prema ulaznom

Uvrštavanjem vrijednosti a i b za VF filter dobije se

$$\varphi = \arctg \frac{1}{\omega RC} = \arctg \frac{\omega_g}{\omega} \quad (5)$$

NISKOFREKVENTNI FILTER

Ovaj se filter (sl.1a) može promatrati kao djelitelj napona:

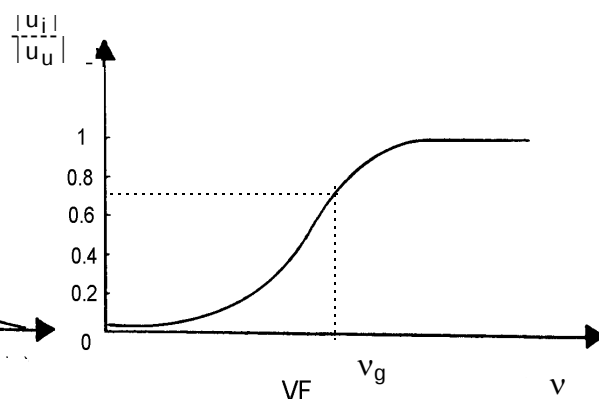
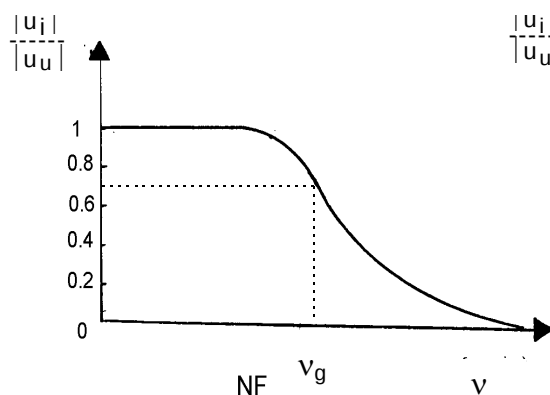
$$\frac{u_i}{u_u} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + \omega^2 R^2 C^2} - j \frac{\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2} \quad (6)$$

$$\frac{|u_i|}{|u_u|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \quad (7)$$

Iz (7) i (3) slijedi izraz za graničnu frekvenciju identičan onom kod VF filtra:

$$\frac{|u_i|}{|u_u|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{v_g^2}}}$$

što je grafički prikazano na slici 4a.



Slika 4a: Frekventna karakteristika NF filtra

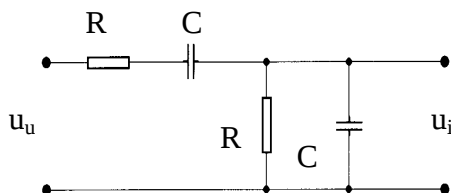
Slika 4b: Frekventna karakteristika VF filtra

Fazni pomak izlaznog signala prema ulaznom $\varphi = \arctg \frac{b}{a}$ kod NF filtra uvrštavanjem realnog i imaginarnog dijela kompleksnog broja iz relacije (6) iznosi

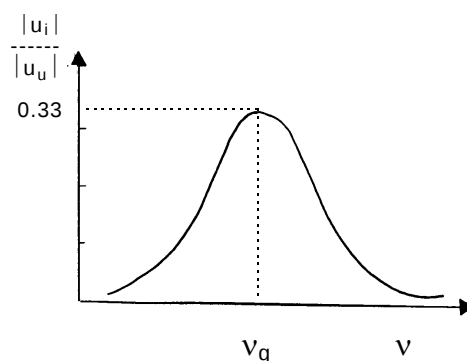
$$\varphi = \arctg (-\omega RC) = \arctg \left(-\frac{\omega}{\omega_g}\right)$$

USKOPOJASNI FILTER

Kombinacijom niskofrekventnog i visokofrekventnog filtra (sl.7) sa istim vrijednostima kapaciteta C i omskog otpora R dobije se filter koji propušta usko područje frekvencija oko granične frekvencije. Grafički prikaz ovisnosti omjera amplituda izlaznog i ulaznog napona o frekvenciji dan je na slici 8.



Slika 7. Uskopojasni filter



Slika 8. Frekventna karakteristika uskopojasnog filtra

Analogno NF i VF filtru, pojasni filter se proračunava kao djeljitelj napona:

$$\frac{u_i}{u_u} = \frac{\frac{1}{\frac{1}{R} + j\omega C}}{\frac{1}{\frac{1}{R} + j\omega C} + R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega RC}{1 + 3j\omega RC - \omega^2 R^2 C^2}$$

$$\frac{u_i}{u_u} = \frac{3\omega^2 R^2 C^2}{(1 - \omega^2 R^2 C^2)^2 + 9\omega^2 R^2 C^2} + j \frac{\omega RC(1 - \omega^2 R^2 C^2)}{(1 - \omega^2 R^2 C^2)^2 + 9\omega^2 R^2 C^2} \quad (8)$$

$$\frac{|u_i|}{|u_u|} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{\omega RC} - \omega RC\right)^2 + 9}} \quad (9)$$

Frekventna karakteristika dana relacijom (9) i prikazana na (sl.8) ima maksimum za

$$\frac{1}{\omega RC} - \omega RC = 0$$

odnosno kad je $\omega RC = 1$, tj. na frekvenciji $\omega = \frac{1}{RC}$ što je jednako graničnoj frekvenciji NF i VF filtra (4).

Fazni pomak izlaznog signala prema ulaznom $\varphi = \arctg \frac{b}{a}$, dobije se uvrštavanjem imaginarnog i realnog dijela kompleksnog broja $\frac{u_i}{u_u} = f(\omega)$ danog relacijom (8).

$$\varphi = \arctg \frac{1 - \omega^2 R^2 C^2}{3\omega RC} = \arctg \left(\frac{1}{3\omega RC} - \frac{\omega RC}{3} \right) = \arctg \left(\frac{\omega_g}{3\omega} - \frac{\omega}{3\omega_g} \right)$$

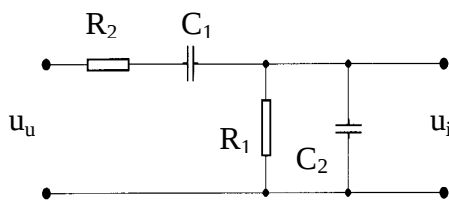
$$\text{za } \omega = \omega_g \quad \varphi = 0$$

$$\text{za } \omega \ll \omega_g \quad \varphi = \arctg(+\infty) = +\frac{\pi}{2}$$

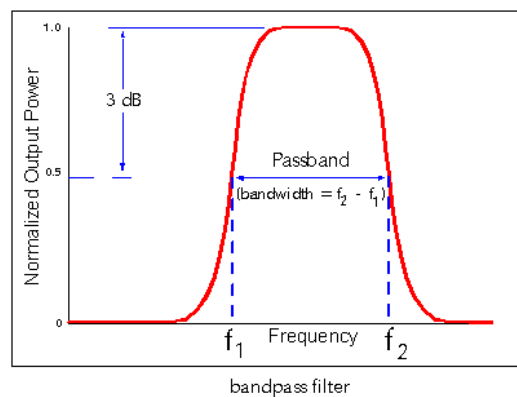
$$\text{za } \omega \gg \omega_g \quad \varphi = \arctg(-\infty) = -\frac{\pi}{2}$$

ŠIROKOPOJASNI FILTAR

Kombinacijom niskofrekventnog i visokofrekventnog filtra (sl.1) sa različitim vrijednostima kapaciteta C i omskog otpora R dobije se filter koji propušta široko područje frekvencija između graničnih frekvencija niskofrekventne i visokofrekventne komponente filtra. Grafički prikaz ovisnosti omjera amplituda izlaznog i ulaznog napona o frekvenciji dan je na slici 2.



Slika 9. Širokopojasni filter



Slika 10. Frekventna karakteristika širokopojasnog filtra

Na slici 10. frekvencija f_1 odgovara donjoj graničnoj frekvenciji (visokofrekventna komponenta):

$$2\pi f_1 = \omega_{VF} = \frac{1}{R_1 C_1}$$

dok frekvencija f_2 odgovara gornjoj graničnoj frekvenciji (niskofrekventna komponenta):

$$2\pi f_2 = \omega_{NF} = \frac{1}{R_2 C_2}$$

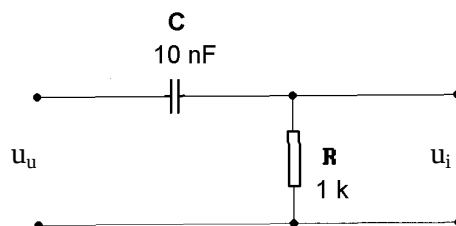
Širina pojasa propusnosti filtra definira se kao frekvencijski interval između graničnih frekvencija:

$$\Delta\omega = \omega_{NF} - \omega_{VF}$$

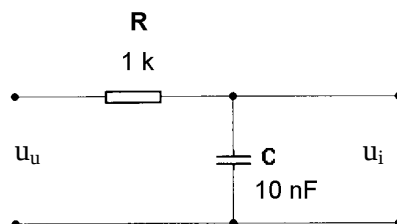
$$\Delta f = f_2 - f_1$$

ZADACI:

1. Na ulaz prikazanog visokofrekventnog filtra priključiti generator funkcija i cijevni voltmetar a na izlaz cijevni voltmetar.



- a) Za određeni sinusoidalni ulazni napon $u_u = 5V$ odrediti izlazni napon u_i i prikazati
 - b) grafički frekventnu karakteristiku $|u_i|/|u_u| = f(\nu)$.
 - c) Iz frekventne karakteristike naći graničnu frekvenciju i RC parametar.
 - d) Pomoću dvokanalnog osciloskopa odrediti faznu karakteristiku $\varphi(\nu)$ VF filtra i usporediti je sa izvedenim izrazom (5).
2. Sklopiti niskofrekventni filter sa danim elementima kao na shemi i provesti iste postupke kao sa VF filtrom u zadatku 1.



3. Sastaviti pojasni filter kombiniranjem NF i VF filtra s međusobno jednakim vrijednostima R i C. Odrediti:
 - a) frekventnu karakteristiku i pomoću nje naći vrijednost RC danog filtra, omjer amplituda izlaznog i ulaznog napona u maksimumu propusnosti, te ga usporediti s računski dobivenom vrijednošću.
 - b) faznu karakteristiku priključivanjem ulaznog i izlaznog signala na dvokanalni osciloskop.

4. Sastaviti širokopojasni filter kombiniranjem NF i VF filtra prema slici 9. sa slijedećim vrijednostima otpora i kondenzatora. Odrediti:
 - a) frekventnu karakteristiku i pomoću nje naći vrijednost gornje i donje granične frekvencije, omjer amplituda izlaznog i ulaznog napona u maksimumu propusnosti, te širinu pojasa (širina frekvencijskog intervala između donje i gornje granične frekvencije)
 - b) faznu karakteristiku priključivanjem ulaznog i izlaznog signala na dvokanalni osciloskop.

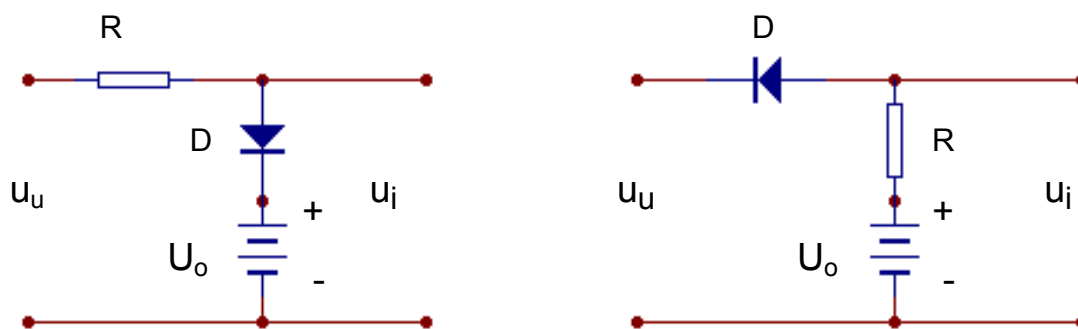
INVENTAR:

R.b.	Naziv	Tip	Količina
	EL. UREĐAJI I INSTRUMENTI:		
1	Generator funkcija	Jupiter	1
2	Cijevni voltmetar	Iskra MA 3006	2
3	Osciloskop		1
	ELEKTRONIČKI ELEMENTI:		
1	Kondenzator	10 nF	2
2	Otpornici	1 k Ω	2
	OSTALO:		
1	Spojne žice		

OBLIKOVANJE IMPULSA

REZANJE IMPULSA

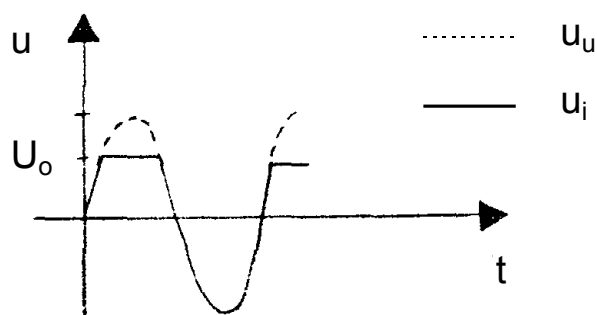
Rezanje je jedna moguća promjena oblika elektroničkog signala, kod kojeg se iz određenog oblika vala izdvaja samo jedan njegov dio. Sklopovima, koji kao nelinearni element sadrže diodu može se postići rezanje bilo dijela vala iznad nekog nivoa, bilo dijela vala ispod nekog određenog nivoa. Na slici 1 prikazana su dva sklopa s poluvodičkom diodom kojima se vrši rezanje dijela vala iznad odabranog nivoa. Na slici 2 dani su i oblici vala ulaznog sinusoidalnog i izlaznog napona uz pretpostavku da je dioda idealna, što znači da joj je otpor u propusnom smjeru zanemariv, a u nepropusnom beskonačno velik.



a) sa paralelno spojenom diodom

b) sa serijski spojenom diodom

Slika 1: Sklopovi za rezanje iznad nivoa U_0

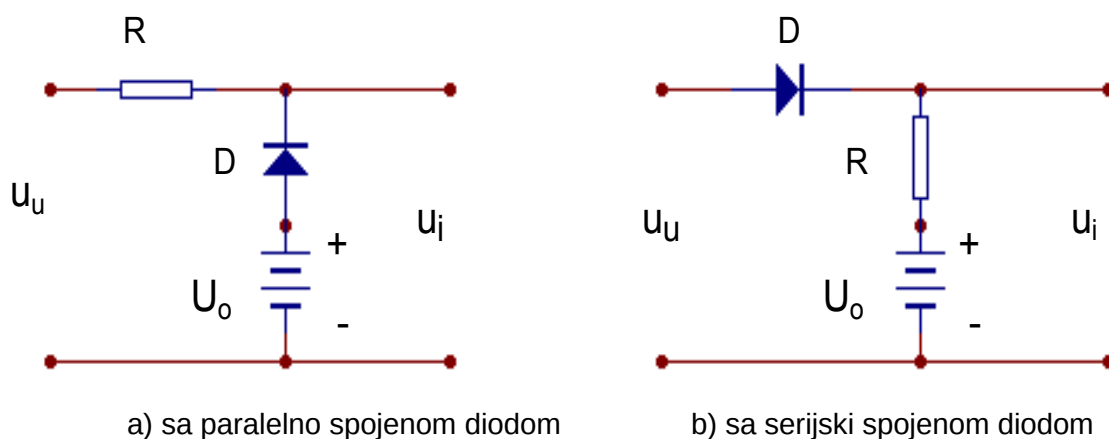


Slika 2. Idealni oblik vala nastalog rezanjem sinusoidalnog iznad nivoa U_0

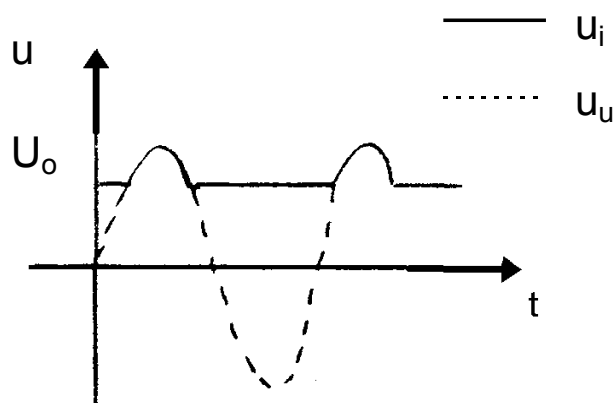
Kroz diodu u sklopu na slici 1a struja neće prolaziti tako dugo dok anoda ne postane pozitivnija od katode, tj. dok ulazni napon ne prijeđe vrijednost U_0 , i sve do tog trenutka se ulazni napon vjerno prenosi na izlaz. Kad dioda počne voditi struju, izlazni napon postaje jednak U_0 i ostaje na toj vrijednosti sve dok anoda ponovno ne postane negativnija od katode.

Dioda u drugom sklopu provodi struju tako dugo, dok je katoda negativnija od anode tj. dok je ulazni napon niži od U_0 . U tom vremenskom intervalu dioda predstavlja kratki spoj od ulaza na izlaz i signal se vjerno prenosi. Kad katoda postane pozitivnija od anode, prekida se struja kroz anodu i izlazni napon postaje jednak U_0 .

Zamjenom spojeva katode i anode, kao na (sl.3), dobiju se sklopovi za rezanje vala ispod nekog nivoa. Oblik ulaznog i izlaznog vala prikazan je na slici 4.

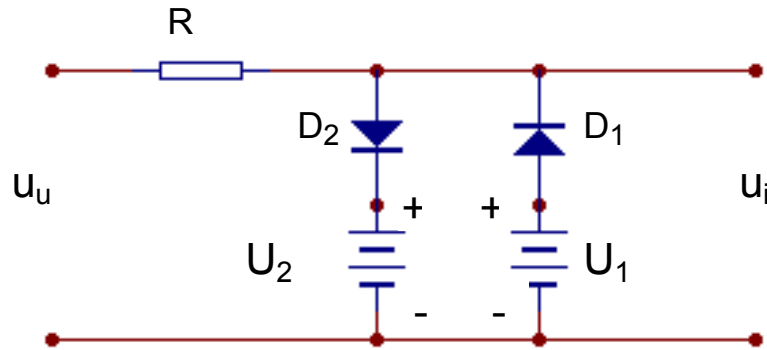
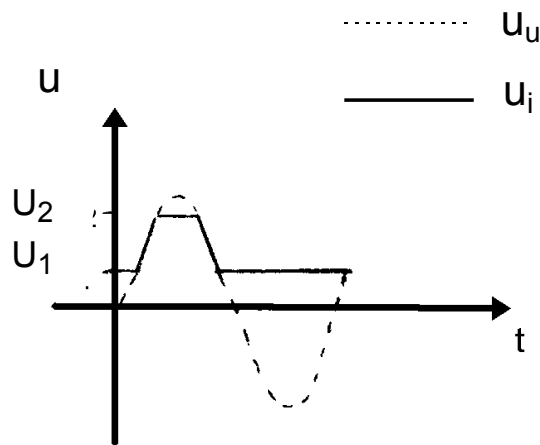


Slika 3. Sklopovi za rezanje ispod nivoa U_0



Slika 4. Idealni oblik vala nastao rezanjem sinusoidalnog ispod nivoa U_0

Istovremeno rezanje između dva nivoa postiže se kombiniranjem spojeva za rezanje iznad (sl.1) i ispod nivoa (sl.3). Jedna od mogućih kombinacija prikazana je na sl.5 zajedno s odgovarajućim oblicima vala (sl.6).

Slika 5. Sklop za rezanje između nivoa U_1 i U_2 Slika 6. Idealni oblik vala nastao rezanjem između nivoa U_1 i U_2

Izlazni oblik vala može se razlikovati od idealnog prvenstveno zbog toga što dioda nije idealna. Ako je dioda spojena serijski (sl.1b i sl.3b) onda će zbog $R_D \neq 0$ u propusnom smjeru doći do izvjesnog smanjenja ulaznog signala, a zbog konačnog R_D u nepropusnom do prenošenja dijela ulaznog signala na izlaz.

Nedostatak krugova sa paralelno spojenom diodom (sl.1a i sl.3a) leži u potrebnom serijskom otporu R kojim su odijeljeni ulaz i izlaz. U slučaju nepropusne polarizacije dolazi do smanjenja izlaznog signala, a kad je dioda propusno polarizirana prenosi se dio ulaznog signala na izlaz.

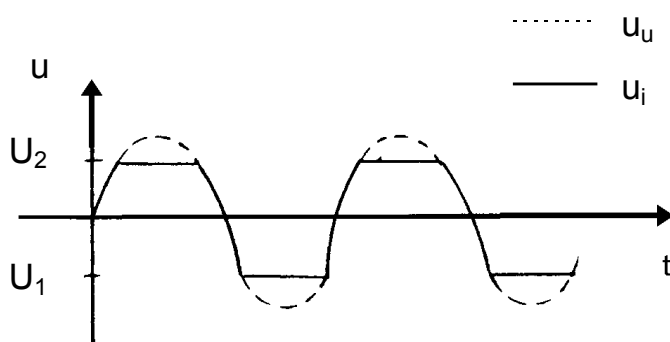
U svim slučajevima se efekti realne diode mogu kompenzirati odgovarajućim izborom otpora R i to tako da bude puno veći od R_D u propusnoj polarizaciji i puno manji od R_D nepropusno polarizirane diode.

Na rad sklopova može utjecati i unutarnji otpor izvora napona U_0 ; poželjno je da on bude zanemariv. Inače će na njemu, kao i na paralelnom spojenoj propusno polariziranoj diodi, doći do pada izmjeničnog napona, što znači da će se dio ulaznog napona prenijeti na izlaz.

Ako navedeni uvjeti nisu ispunjeni razlikovat će se izlazni napon dobiven ovim sklopovima od idealnih oblika na sl.2, sl.4 i sl.6.

ZADACI

1. Spojiti sklopove za rezanje signala prema slikama 1, 3 i 5, te promatrati dobivene oblike vala pomoću osciloskopa. Na ulaz priključiti sinusoidalni napon. Dobivene oblike nacrtati i označiti veličinu napona U_0 , U_1 i U_2 .
2. Napraviti sklop za rezanje tako da se dobije valni oblik prilazan na slici. Kako postići signal što bliži pravokutnom?



Naputak:

- $R = 10 \text{ k}\Omega$.
- Kao naponski izvor upotrijebiti galvanski članak za napone rezanja U_0 odabrati redom vrijednosti 4.5 V, 3 V, 1.5 V.
- Kod rezanja između dva nivoa U_1 i U_2 iskoristiti sve tri mogućnosti kombinacije napona.

INVENTAR:

Naziv	Tip	Količina
ELEKTRONIČKI INSTRUMENTI I UREĐAJI		
Generator funkcija	Iskra MA 3737	1
Osciloskop	Iskra MA 4006	1
ELEKTRONIČKI ELEMENTI		
Otpornik	10 kΩ	1
Diode	BY 160	2
OSTALO		
Baterijski ulošci	3x1.5V	2
Spojne žice		

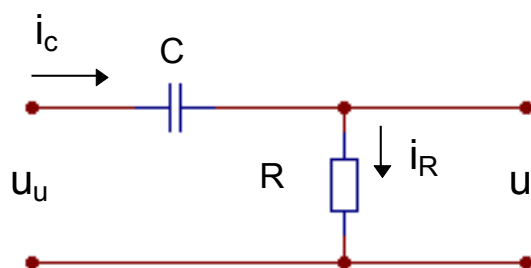
INTEGRIRANJE I DERIVIRANJE

DERIVATOR

Može se pokazati da VF filter (sl.3) derivira ulazni signal, bez obzira na njegov oblik, ali samo ako je zadovoljen uvjet

$$\nu \ll \nu_g$$

gdje je ν frekvencija ulaznog signala, a ν_g granična frekvencija signala.



Slika 3. Derivator napona

Izlazni napon u_i u funkciji od ulaznog napona u_u je rješenje opće diferencijalne jednačbe sklopa, koja se dobije na sljedeći način:

$$\text{uz} \quad u_i = i_R R, \quad i_R = i_C, \quad u_C = u_u - u_i$$

slijedi

$$i_C = \frac{dQ}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$$

$$u_i = RC \frac{du_C}{dt} = RC \frac{d}{dt}(u_u - u_i) .$$

Vidi se da će izlazni napon u_i biti razmjeran derivaciji ulaznog u slučaju

$$u_i \ll u_u ,$$

što znači da je pad napona na kondenzatoru C puno veći od pada napona na otporu R. To je ostvareno za $R \ll |X_C|$, tj.

$$R \ll \frac{1}{2\pi\nu C} , \quad \text{odnosno}$$

$$\nu \ll \frac{1}{2\pi RC}$$

RC parametar sklopa određuje njegovu graničnu frekvenciju prema relaciji (4), pa slijedi uvjet za derivirajuće djelovanje sklopa:

$$\nu \ll \nu_g$$

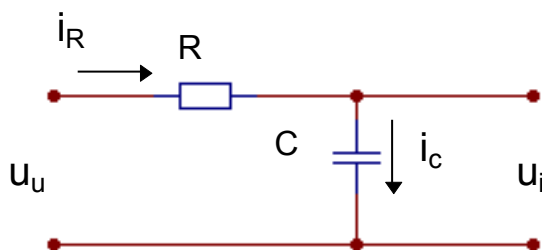
Ako na ulaz priključimo pravokutan signal trajanja t_d odnosno frekvencije $\nu = \frac{1}{2t_d}$, izlazni signal je to bliži derivaciji ulaznog što je bolje zadovoljen uvjet

$$\nu \ll \nu_g$$

Oblici izlaznog i ulaznog napona kod derivatora vide se na sl.6.

INTEGRATOR

Uvjet koji mora zadovoljiti NF filter (sl.5) da bi djelovao integrirajuće na neki ulazni signal dobije se iz diferencijalne jednačbe ovog sklopa. Do nje dolazimo na sljedeći način:



Slika 5. Integrator napona

$$u_u = i_R R + u_i = i_C R + u_C = RC \frac{du_C}{dt} + u_C ,$$

pri čemu je uzeto u obzir $i_R = i_C$ uz $u_C = u_i$.
Slijedi

$$u_u = RC \frac{du_i}{dt} + u_i ,$$

ili

$$RC \frac{du_i}{dt} = u_u - u_i$$

Izlazni napon će biti razmjeran integralu $u_i = \frac{1}{RC} \int u_u dt$ ulaznog, kada je $u_i \ll u_u$. To je ostvareno ako je pad napona na kondenzatoru C zanemariv u odnosu na pad napona na otporu R, što znači da kapacitivni otpor mora biti puno manji od omskog:

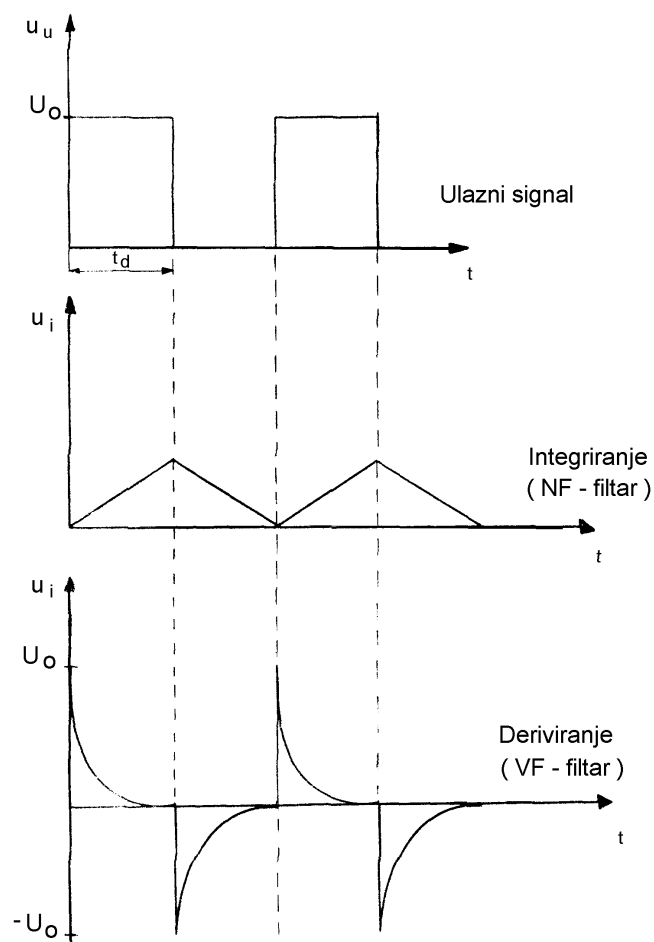
$$\frac{1}{2\pi\nu C} \ll R$$

Odatle slijedi uvjet za integrator

$$\nu \gg \nu_g$$

gdje je ν_g dan relacijom (4).

Na sl.6 prikazan je napon dobiven integriranjem pravokutnog ulaznog signala.



Slika 6. Deriviranje i integriranje pravokutnog ulaznog napona

ZADACI:

1. Na ulaz VF filtra dovesti pravokutni impuls iz generatora funkcija. Pomoću dvokanalnog osciloskopa promatrati ulazni i izlazni signal u ovisnosti o frekvenciji ulaznog signala. Nacrtati oblik izlaznog signala za sljedeće frekvencije:

$$\nu = 0.1 \nu_g, \quad \nu = \nu_g, \quad \nu = 10 \nu_g$$

U kojem slučaju djeluje sklop derivirajuće na ulazni signal?

2. Načiniti isto kao pod 1. samo za NF filter. Za koju od tri odabrane frekvencije ima taj sklop integrirajuće djelovanje?

INVENTAR:

R.b.	Naziv	Tip	Količina
	EL. UREĐAJI I INSTRUMENTI:		
1	Generator funkcija	Jupiter	1
2	Cijevni voltmetar	Iskra MA 3006	2
3	Osciloskop		1
	ELEKTRONIČKI ELEMENTI:		
1	Kondenzator	10 nF	2
2	Otpornici	1 kΩ	2
	OSTALO:		
1	Spojne žice		

MAGNETSKO POLJE RAVNOG VODIČA I ZAVOJNICE

MAGNETOSTATIKA

Temeljne jednađžbe magnetostatike

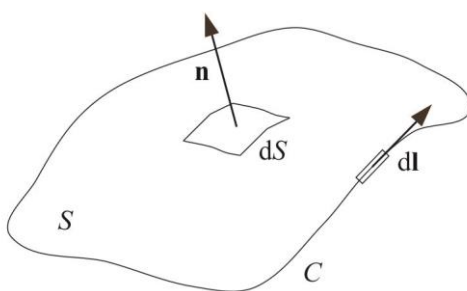
Diferencijalne jednađžbe magnetostatike glase:

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{J} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0\end{aligned}\tag{1}$$

Prva od jednađžbi u (1) koja povezuje magnetsko polje $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ i gustoću struje $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ naziva se Ampèreov zakon. Konstanta μ_0 je permeabilnost vakuuma i iznosi

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2}\tag{2}$$

Druga jednađžba u (1) je matematička formulacija činjenice da magnetski naboj ne postoji.



Slika 1 Ploha i krivulja integracije za jednađžbe (3).

Integralni oblik jednađžbi (1) je:

$$\begin{aligned}\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} &= \mu_0 \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = \mu_0 I \\ \oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} &= 0\end{aligned}\tag{3}$$

gdje je I struja. U prvoj jednadžbi u (3) zatvorena krivulja C omeđuje plohu S (Slika 1), a u drugoj je ploha S zatvorena. Struja I je ukupna struja kroz C . Predznaci pojedinih struja čija je suma jednaka struji I , određuju se prema pravilu desne ruke i pozitivnoj orijentaciji krivulje C .

Magnetski vektorski potencijal

Zbog jednadžbe $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ možemo uvesti magnetski vektorski potencijal $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ na sljedeći način:

$$\mathbf{B} \equiv \nabla \times \mathbf{A} \quad (4)$$

Ovako definiran vektorski potencijal određen je do na gradijent proizvoljne funkcije. Ako izraz (4) uvrstimo u Ampèreov zakon, tada, uz Coulombov izbor $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$, dobivamo:

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J} \quad (5)$$

Partikularno rješenje jednadžbe (5) u kojem su rubne plohe jako daleko od lokalizirane gustoće struje $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ smještene u području V glasi:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV \quad (6)$$

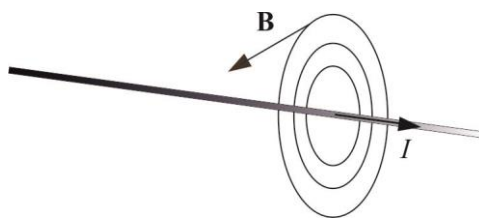
MAGNETSKO POLJE VODIČA I ZAVOJNICE

Magnetsko polje veoma dugog, ravnog i tankog vodiča

Magnetsko polje ravnog, beskonačnog i tankog vodiča kojim protječe struja I možemo odrediti pomoću integralnog oblika Ampèreovog zakona. Za iznos magnetskog polja dobijemo

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi \rho} \quad (7)$$

gdje je ρ udaljenost od vodiča. Silnice magnetskog polja ravnog vodiča su kružnice sa središtem na vodiču, a leže u ravninama okomitim na vodič. Smjer magnetskog polja tangencijalan je na kružnice (Slika 2).

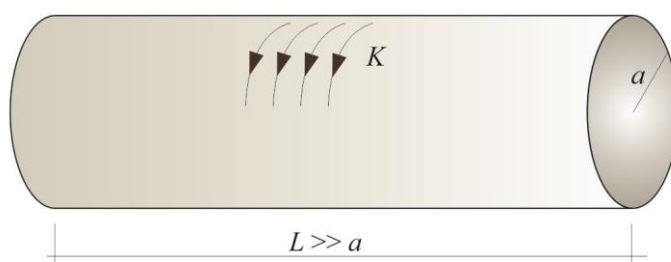


Slika 2 Magnetsko polje veoma dugog i tankog vodiča.

Stvarni vodiči su konačne duljine L pa izraz (7) približno vrijedi samo za udaljenosti $\rho \ll L$ i daleko od krajeva vodiča.

Magnetsko polje veoma dugog solenoida

Zavojnica namotana tako da su susjedni, izolirani namoti žice primaknuti i dodiruju se, naziva se solenoidom. Ako na solenoidu postoji samo jedan sloj žice zovemo ga jednoslojnim. Uobičajeno na solenoidu postoji više slojeva namotane žice čime se dobiva jače magnetsko polje. Razmatrat ćemo samo solenoide cilindričkog oblika s kružnim presjekom. Uobičajeno je polumjer žice mnogo manji od polumjera solenoida pa solenoid možemo promatrati kao da je cilindar kojim protječe plošna struja $K = nI$, gdje je n broj zavoja N po jediničnoj duljini zavojice L , $n \equiv N/L$, a I je struja koja protječe žicom (Slika 3). Savršeni solenoid ima beskonačnu duljinu i matematička je tvorevina pogodna za konceptualna razmatranja i jednostavne izračune.



Slika 3 Cilindar čijom površinom protječe plošna struja K .

Neka je polumjer solenoida jednak a . Koordinatni sustav postavimo tako da se os z podudara s geometrijskom osi zavojnice. Pomoću Ampèrevog zakona može se pokazati da je magnetsko polje savršenog solenoida jednako

$$\mathbf{B} = \begin{cases} \mu_0 n I \mathbf{e}_z, & \rho < a \\ 0, & \rho > a \end{cases} \quad (8)$$

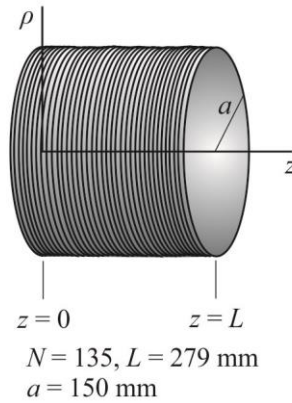
Savršeni solenoid je dobar model za solenoid konačne duljine za kojeg su ρ , $a \ll L$, a polje mjerimo daleko od rubova solenoida.

Magnetsko polje solenoida konačne duljine

Magnetski vektorski potencijal kružne petlje kojom protječe struja I je prema (6) jednak

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_C \frac{d\mathbf{l}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (9)$$

gdje je krivulja C kružnica. Postavimo koordinatni sustav kao na slici 4. Numeričke vrijednosti veličina na slici odgovaraju stvarnoj zavojnici na kojoj se vrše mjerenja u praktikumu.



Slika 4 Solenoid konačne duljine.

Za izračun magnetskog polja konačnog solenoida koristimo jednadžbu (9) te primijenimo načelo superpozicije. Zbog azimutalne simetrije problema, pogodno je izabrati cilindričke koordinate (ρ, ϕ, z) . Ukupni vektorski potencijal solenoida s N namota, konačne duljine L i polumjera presjeka a kroz kojeg protječe struja I glasi

$$A_\phi(\rho, z) = \frac{\mu_0 a N I}{2L} \int_0^\infty k^{-1} J_1(k\rho) J_1(ka) f(k; z) dk \quad (10)$$

gdje je

$$f(k; z) = \begin{cases} e^{-k(z-L)} - e^{-kz}, & z \geq L \\ 2 - e^{-k(L-z)} - e^{-kz}, & 0 \leq z < L \end{cases} \quad (11)$$

Funkcija $J_1(\eta)$ u (10) je Besselova funkcija prvog reda. Raspišemo li rotaciju vektorskog potencijala iz (4) u cilindričkim koordinatama, dobivamo

$$\mathbf{B} = -\frac{\partial A_\phi}{\partial z} \mathbf{e}_\rho + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_\phi) \mathbf{e}_z \quad (12)$$

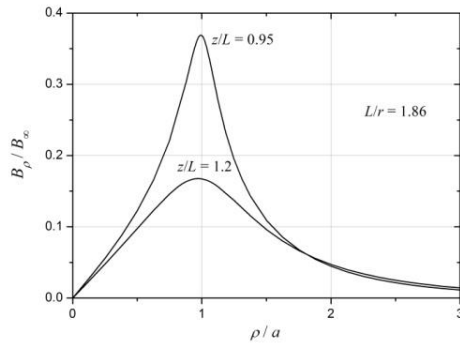
Radijalna komponenta magnetskog polja konačnog solenoida je

$$B_\rho = -\frac{\partial A_\phi}{\partial z} = \frac{\mu_0 a N I}{2L} \int_0^\infty \left(e^{-k|z-L|} - e^{-kz} \right) J_1(k\rho) J_1(ka) dk \quad (13)$$

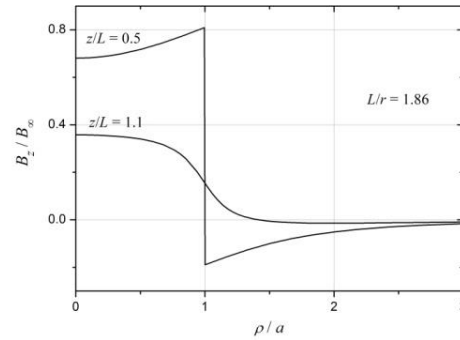
Aksijalna komponenta magnetskog polja konačnog solenoida je

$$B_z = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_\phi) = \frac{\mu_0 a N I}{2L} \int_0^\infty J_0(k\rho) J_1(ka) f(k; z) dk \quad (14)$$

gdje je $J_0(\eta)$ Besselova funkcija nultog reda. Na slici 5 i slici 6 prikazani su grafovi radijalne i aksijalne komponente magnetskog polja konačnog solenoida u odgovarajućim jedinicama.



Slika 5 Dva primjera radijalne komponentne magnetskog polja konačnog solenoida.



Slika 6 Dva primjera aksijalne komponentne magnetskog polja konačnog solenoida.

Magnetsko polje zemlje

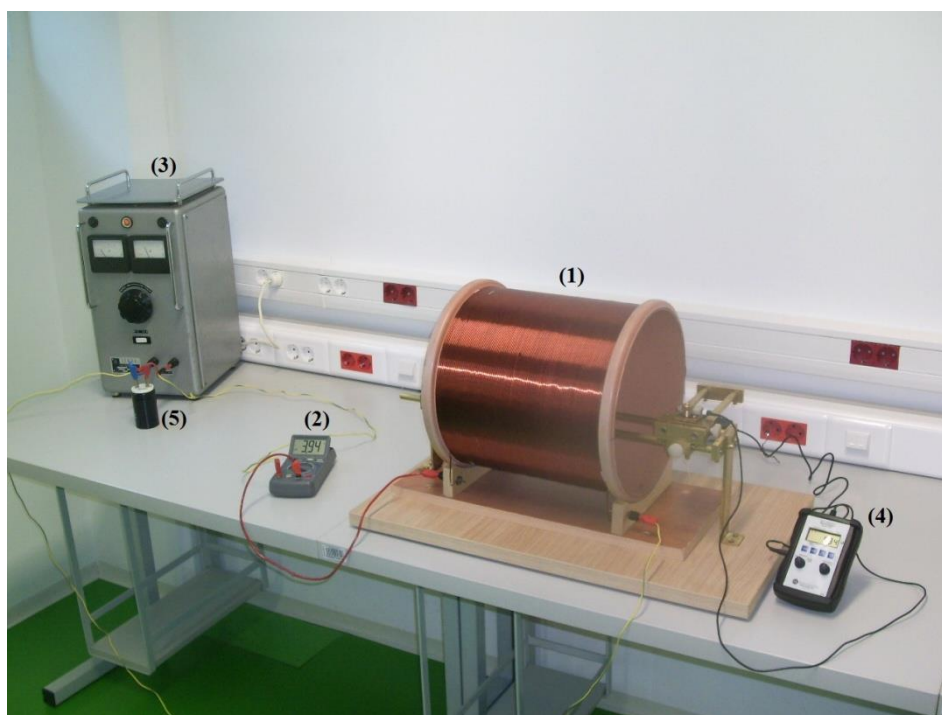
Magnetsko polje Zemlje ima složenu strukturu, a vjeruje se da je posljedica gibanja naboja zbog konvekcijskih struja topline koje protječu dijelovima unutrašnjosti Zemlje i struja naboja sa Sunca. Za jednostavne proračune možemo smatrati da magnetsko polje Zemlje ima dipolni oblik. U Rijeci, vodoravna komponenta magnetskog polja usmjerena je približno prema sjeveru i iznosi 0,22 G. Okomita komponenta usmjerena je prema površini Zemlje i približno iznosi 0,42 G.

ZADACI:

1. Izmjeri magnetsko polje ravnog vodiča u ovisnosti o udaljenosti od vodiča za neku vrijednost struje kroz zavojnicu. Rezultate usporedi s očekivanim teorijskim vrijednostima te metodom najmanjih kvadrata odredi karakter ovisnosti.
2. Izmjeri magnetsko polje zavojnice duž osi i duž polumjera zavojnice za neku vrijednost struje kroz zavojnicu. Rezultate usporedi s teorijskim vrijednostima.
3. Odredi ovisnost gustoće magnetskog toka o struji kroz zavojnicu te usporedi s teorijskim vrijednostima.

POSTAVLJANJE I POSTUPAK EKSPERIMENTA

Eksperimentalni sklop (slika 7) se sastoji od ravnog vodiča ili zavojnice - jednoslojnog solenoida, koji su preko ampermetra spojeni na izvor istosmjernog napajanja s mogućnošću njegove kontinuirane promjene i teslametra kojim mjerimo gustoću magnetskog toka ravnog vodiča, odnosno zavojnice. Kondenzator paralelno vezan s izvorom napajanja služi za izgladivanje istosmjernog napona.



Slika 7 Eksperimentalni sklop za mjerenje magnetskog polja zavojnice koji se sastoji od (1) zavojnice - jednoslojnog solenoida, (2) ampermetra, (3) izvora istosmjernog napajanja, (4) teslametra i (5) kondenzatora.

Teslametar (slika 8) se koristi na način da se nakon uključivanja, lijevom dugmetom odabere opcija *Measure*. Pritiskanjem tipke *View* pomiče se trokutić na vrhu zaslona. On se postavlja u jedan od tri moguća položaja (*X Axis*, *Y Axis* ili *Z Axis*), u ovisnosti o tome koji se smjer magnetskog polja želi mjeriti.



Slika 8 *Teslametar*

Magnetsko polje ravnog vodiča

Gustoća magnetskog toka B_p izražena mjernom jedinicom G, mjeri se pomoću teslametra s uključenom opcijom *X Axis*, u 8 točaka različito udaljenih od vodiča u rasponu od 3 cm do 24 cm. Pritom se koristi plastično ravnalo s mjernom ljestvicom u milimetrima koje se postavlja okomito na vodič. Mjerenja se rade pri konstantnoj, proizvoljno odabranoj struji u rasponu od 2 A do 10 A.

Izmjerene i odabrane vrijednosti odgovarajućih fizičkih veličina zapisuju se u priloženu tablicu.

Ravni vodič		
I / A	ρ / cm	B_ρ / G

Magnetsko polje zavojnice

Cilindrični koordinatni sustav zavojnice osmišljen je na sljedeći način; Nosač od mjedi postavljen kroz zavojnicu, služi za pomicanje teslametra duž osi zavojnice koja predstavlja os z te duž polumjera zavojnice koji predstavlja ρ koordinatu u cilindričnom koordinatnom sustavu. Ishodišna točka je na početku zavojnice. Za određivanje z i ρ koordinata koristi se plastično ravnalo s mjernom ljestvicom u milimetrima koje se postavlja uz nosač teslametra.

Gustoća magnetskog toka duž osi zavojnice

Gustoća magnetskog toka B_z izražena mjernom jedinicom G, mjeri se pomoću teslametra s uključenom opcijom *X Axis*, u 10 točaka duž osi z . Pritom se proizvoljno odabiru točke od početka do sredine zavojnice pri konstantnoj struji odabranoj u rasponu od 2 A do 10 A.

Gustoća magnetskog toka duž polumjera zavojnice

Gustoća magnetskog toka B_ρ u gausima mjeri se pomoću teslametra s uključenom opcijom *Y Axis*, u 5 točaka duž polumjera ρ zavojnice. Tijekom mjerenja B_ρ , teslametar se postavlja u proizvoljno odabranu koordinatu z na osi zavojnice, a strujnim krugom prolazi konstantna struja odabrana u intervalu od 2 A do 10 A.

Ovisnost gustoće magnetskog toka o struji

Teslametar s uključenom opcijom *X Axis* postavi se u proizvoljan položaj s koordinatama ρ i z unutar zavojnice. U toj točki mjeri se gustoća magnetskog toka B_l u gausima, za vrijednosti struje 2 A, 4 A, 6 A, 8 A i 10 A.

Izmjerene i odabrane vrijednosti odgovarajućih fizičkih veličina zapisuju se u priloženu tablicu.

Jednoslojni solenoid ; $N = 135$, $L = 279$ mm , $a = 150$ mm										
I / A	$z /$ cm	B_z / G	$z /$ cm	I / A	$\rho /$ cm	$B_\rho /$ G	$\rho /$ cm	$z /$ cm	I / A	B_l / G

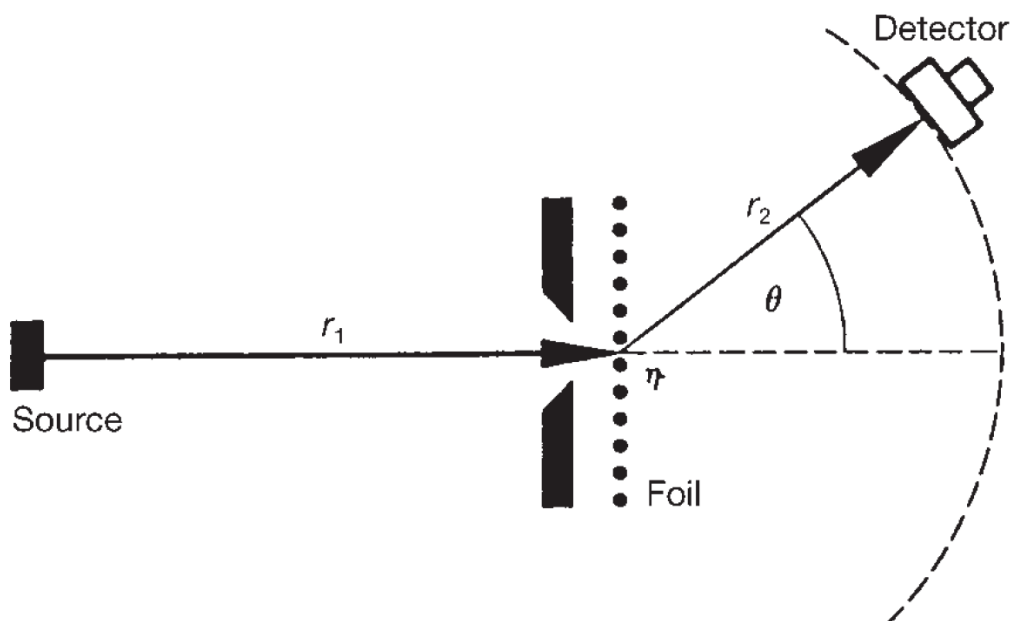
Svako mjerenje potrebno je grafički prikazati i dobivene eksperimentalne krivulje usporediti s teorijskim.

RUTHERFORDOV EKSPERIMENT

UVOD

Britanski fizičar Ernest Rutherford je 1909. godine sa svojim pomoćnicima (Hans Geiger i Ernest Marsden) izveo poznati eksperiment sa zlatnom folijom. Neočekivani rezultati eksperimenta su po prvi put ukazali na postojanje atomske jezgre, čime je srušen dotadašnji Thomsonov model atomanalik „pudinga od šljiva“ i postavljen novi – planetarni model.

U eksperimentu je mjereno raspršenje α -čestica pri prolazu kroz tanku zlatnu foliju. Na Slici 1. prikazana je shema izvornog eksperimentalnog postava. α -čestice iz radioaktivnog izvora su prije okomitog upada na zlatnu foliju propuštane kroz kolimatorski sustav kako bi se što bolje definirala geometrija eksperimenta.



Slika 1. Shema izvornog eksperimentalnog postava eksperimenta sa zlatnom folijom

U vrijeme izvornog eksperimenta bilo je poznato da α -čestice posjeduju dva pozitivna elementarna naboja i 4 atomske jedinice mase. Većina čestica projektila prolazila je kroz foliju bez značajne promjene smjera, uz gubitak energije proporcionalan duljini puta kroz foliju. Manji dio ukupnog broja čestica je trpio skretanja za veće iznose kutova. Ovakvo ponašanje moglo se objasniti pretpostavkom o dva osnovna tipa interakcije. Gubitak energije u prolazu bez odklona može se pripisati mnogobrojnim interakcijama sa lakim česticama mete, pri čemu se pri svakoj interakciji događa vrlo mala razmjena količine gibanja i energije. Lagane čestice mete pritom stvaraju gustoću koja se može aproksimirati konstantnom u svakoj točki prostora mete. U slučaju odklona za veći kut, javlja se velika razmjena količine gibanja među česticama u sudaru. Čestica mete u tom slučaju mora biti teža od same α -čestice, a dimenzijom mora biti vrlo mala, jer su vjerojatnosti takvih sudara vrlo male.

Rutherford je na temelju tih rezultata donio slijedeće zaključke o strukturi atoma:

- Lagani i negativno nabijeni elektroni ispunjavaju cijeli prostor atoma ali nose vrlo mali dio mase.
- Pozitivni naboj i velika većina mase atoma koncentrirani su u jezgri atoma čija je dimenzija nekoliko redova veličina manja od dimenzije samog atoma.
- Apsolutni iznosi pozitivnog i negativnog naboja su jednaki pa je atom u cjelini neutralan.
- Kulonsko polje (koje opada proporcionalno kvadratu udaljenosti od točkastog naboja) u blizini jezgre je prema tome mnogo snažnije nego u Thomsonovom modelu atoma kao smjese pozitivnog i negativnog naboja. Kada se takvom polju približe nadolazeće α -čestice, one se zbog istoimenog (pozitivnog) naboja otklanjaju po hiperboličkoj putanji sa većim kutevima raspršenja.

Broj ili učestalost čestica $\Delta n(\theta)$ raspršenih pod kutom θ u prostorni kut $d\Omega$ je pod pretpostavkom raspršenja α -čestica u polju točkastih jezgara dana Rutherfordovom formulom

$$\Delta n(\theta) = nNd_F \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 E} \right)^2 \frac{d\Omega}{4\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

u kojoj je n broj čestica u upadnom snopu, N – koncentracija atoma u foliji, d_F debljina folije, Z – relativni naboj jezgre atoma folije, E energija α -čestica, e elementarni naboj i ϵ_0 permitivnost vakuuma.

ZADACI

1. Izmjerite broj unatrag raspršenih projektila u pojasu kutova $110^\circ \leq \theta \leq 145^\circ$. Usporedite rezultate dobivene za zlatnu i aluminijsku foliju.
2. Izmjerite broj prema naprijed raspršenih projektila u pojasu kutova $20^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ u geometriji raspršenja koja nadoknađuje kutnu ovisnost broja raspršenih projektila. Rezultate eksperimenta usporedite sa teorijskim predviđanjem prema Rutherfordovoj formuli. Za jedan odabrani kut usporedite rezultate dobiven zlatnom i aluminijskom folijom.

INVENTAR

- Prstenasta dijafragma sa zlatnom folijom ($d_F = 1,5 \mu\text{m}$, $Z = 79$, $N = 5,9 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$, $a = 20.16 \text{ mm}$, $A_F = 6 \text{ cm}^2$)
- Prstenasta dijafragma sa aluminijskom folijom ($d_F = 8 \mu\text{m}$, $Z = 13$, $N = 6,0 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$, $a = 20.16 \text{ mm}$, $A_F = 6 \text{ cm}^2$)
- U-magnet, veliki
- Komora za eksperimente iz nuklearne fizike
- Izvor α -čestica: Americij-241, 370 kBq, $E \gg 3 \text{ MeV}$
- Detektor α -čestica, $A_D = 15 \text{ mm}^2$
- Predpojačalo za detektor α -čestica
- Vakuum pumpa (dijafragma, dvostupanjska)
- Vakuum-metar, 1..1000 hPa, 1 hPa razlučivost
- Vakuumske gumena crijeva, unutrašnji promjer 6 mm, vanjski 15 mm, priključci
- Y priključak za vakuumska crijeva
- stezaljka, širina 20 mm
- Adapter, sa BNC na par 4mm utikača
- Zasjenjeni vodiči, BNC, $l = 30 \text{ cm}$ i $l = 75 \text{ cm}$, u dva primjerka
- Podatkovni vodič, 2 x SUB-D, utikač/utičnica, 9-polni
- Višekanalni analizator MCA (*Multi Channel Analyzer*)
- Windows PC
- USB vodič
- Measure aplikacija, podrška za MCA

EKSPERIMENTALNI POSTAV



Slika 2. *Eksperimentalni postav laboratorijske vježbe*

Slika 2. pokazuje eksperimentalni postav laboratorijske vježbe. Vakuumska komora oblika valjka zatvorena je na bazama sa dva odvojiva poklopca (B1 i B2). Detektor α -čestica fiksno je montiran na unutrašnju stranu poklopca B1. Na istom se poklopcu nalaze i utori sa navojem za prihvat izvora α -čestica u slučaju mjerenja unatrag raspršenih čestica (to jest u „stražnje“ kutove; vidi Zad. 1). Kroz poklopac B2 je osno provučena klizna šipka sa adapterom za prihvat izvora α -čestica. Izvor se montira na tu šipku za potrebe mjerenja raspršenja prema naprijed (to jest u „prednje“ kutove; vidi Zad. 2). Prije zatvaranja komore poklopcima B1 i B2, u komoru se postavlja prstenasta dijafragma sa željenom (zlatnom ili aluminijskom) folijom. Kad je komora jednom zatvorena, položaj dijafragme može se mijenjati pomoću U-magneta dijafragma sa folijom. Položaj izvora je fiksiran kod mjerenja raspršenja unatrag, apodesiv kliznom šipkom kod mjerenja raspršenja prema naprijed. Kratki BNC vodič spaja izvod α -detektora na vanjskoj strani poklopca B1 sa ulazom predpojačala. 5-polni vodič spaja „+/- 12V“ utičnicu na MCA sa odgovarajućom utičnicom na predpojačalu. Predpojačalo treba biti podešeno na detekciju α -čestica i „Inv.“, preklopnik detektorskog napona („Bias“) na negativno interno napajanje („Int.“ i „-“). Oprez! Primjena pogrešnog polariteta može oštetiti detektorsku diodu! Izlaz predpojačala („Output“) treba biti spojen na ulaz („Input“) višekanalnog analizatora MCA. Izlaz brojača je preko BNC vodiča te BNC na 4mm adaptera spojen na odgovarajuću utičnicu predpojačala. Ovaj vodič mora uvijek biti uvjerljivo spojen prije uključivanja detektorskog napona! MCA je USB vodičem spojen sa računalom na kojem je instaliran software za mjerenje. MCA uključite u rad tek nakon svih izvedenih spajanja tako da ne bude prisutan visoki napon na α -detektoru u fazi postavljanja.

Upozorenje: nakon mjerenja potrebno je zaštititi izvor originalnim poklopcem (spremnikom), demontirati ga sa nosača i spremati u sigurnosni sef.

Radioaktivni izvor se za potrebe mjerenja raspršenja unatrag pričvršćuje na poklopac B1, odnosno na pomičnu šipku u sastavu poklopca B2 za izvođenje mjerenja raspršenja prema naprijed. Tijekom evakuacije, potrebno je postepeno dodatno pritezati vijke na poklopcima. Nakon uspostave željenog tlaka stegnite vakuumsko crijevo stezaljkom tako da po gašenju pumpe vakuum ostane očuvan. Evakuirajte komoru do na tlak od približno 14 hPa.

Za pomicanje šipke u toku eksperimenta, koristite njen držak, bez dodirivanja same šipke. Folije unutar komore mogu se pomicati izvana, bez fizičkog dodira, pomoću U-magneta, čime je izbjegnuto otvaranje i prozračivanje komore za postavljanje folije na nove položaje. Po završetku eksperimenta, a prije prozračivanja komore potrebno je otpustiti bočne vijke! Ukoliko je detektor osjetljiv i na vidljivu svjetlost potrebno ga je tijekom eksperimenta od vidljive svjetlosti kako bi se mjerili samo događaji vezani za α -čestice.

Efikasnost detektora za detekciju α -čestica iznosi 100%, što znači da je broj generiranih pulseva od strane detektora točno jednak broju α -čestica koje su udarile u detektor.

ZADATAK 1

Specifičnosti eksperimentalnog postava

Na Slici 3 prikazani su geometrijski odnosi ključnih kutova i udaljenosti u eksperimentalnom postavu za raspršenje unatrag. Udaljenosti središnjih točaka izvora i detektora od mete označene su sa s i d (S – „source“, D – „detector“), a indeksima x i z označene su udaljenosti duž tih osi. Veličina $x_{SD} = 2.3 \text{ cm}$ predstavlja udaljenost izvora i detektora po osi x i definirana je konstrukcijom poklopca B1. Ukupna udaljenost r između izvora i detektora koja definira prostorni kut detekcije čestica dana je izrazom:

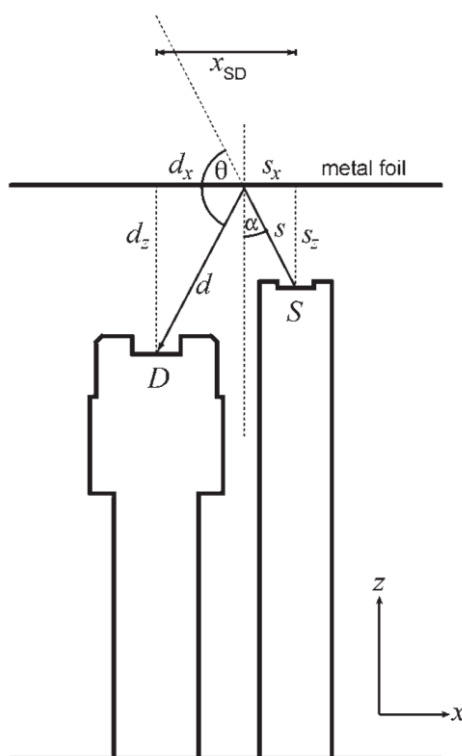
$$r = s + d = \sqrt{s_x^2 + s_z^2} + \sqrt{d_x^2 + d_z^2}.$$

Oznakom α označen je kut između promatranog dijela snopa projektila i normale na površinu mete:

$$\tan \alpha = \frac{x_{SD}}{r}.$$

Posredstvom tog kuta određuje se kut raspršenja:

$$\frac{\theta}{2} = 90^\circ - \alpha.$$



Slika 3. Shema eksperimentalnog postava za raspršenje unazad

Upute

Izvor α -čestica postavite u 5mm utor poklopca B1, pored detektora. Dijafragmu sa folijom zlata postavite u komoru, licem okrenutu prema izvoru. Dijafragmom rukujte pažljivo i pazite da ne dodirujete tanku foliju. Evakuirajte komoru na način opisan u općem dijelu opisa. U eksperimentu se pomoću ugrađene skale na komori bilježe položaji i udaljenosti.

Uključite višekanalni analizator. Pokrenite aplikaciju Measure i u njoj izaberite „Gauge“ > „Multi Channel Analyser“. Izaberite postavku „Spectra recording“, te upotrijebite „Continue“ gumb.

Postavke upravljačkog programa:

Gain	Level 2
Offset	6 %
X-Data	Channel number

Upotrijebite naredbu „Reset“ i zabilježite vrijeme. Pričekajte dok se ne detektira oko 50 (ili po potrebi manje) uleta čestica, te ponovo zabilježite vrijeme kako bi izračunali razliku t . Tipična vremena potrebna da se pribave potrebni podaci kreću se u rasponu od 10 do 20 minuta (ovisno o kutu raspršenja). Tijekom vremena t mjeri se broj detektiranih čestica $n(z)$, iz čega se onda određuje $\Delta n(z)$ broj detektiranih čestica u minuti (Tabela 1.) Izvedite 5 različitih mjerenja s različitim položajem z (prema

ugrađenoj skali) prstenaste dijafragme u rasponu od 4.0 do 6.0 cm te upišite rezultate u Tabelu 1.

Tabela 1. Rezultati mjerenja pri raspršenju unatrag na foliji zlata debljine 1.5 μm .

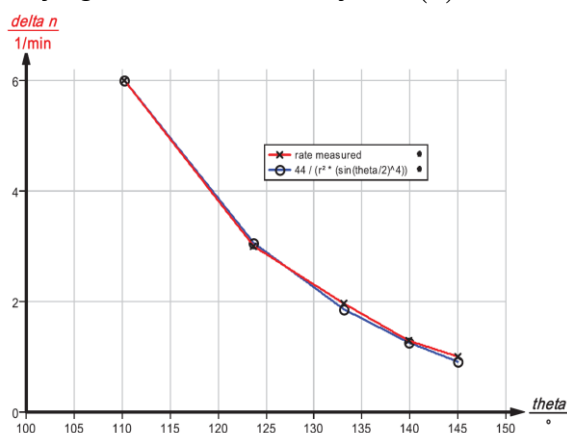
z/cm	$\alpha / ^\circ$	$\theta / ^\circ$	r^2 / cm^2	$n(z)$	t/min	$\Delta n(z) / \text{min}^{-1}$	$\frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$	$\frac{\Delta n(z)}{r^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$

Za provjeru ovisnosti o atomskom broju mete Z upotrijebite aluminijsku foliju u jednoj od radnih točaka obrađenih u Tabeli 1. Rezultate unesite u Tabelu 2. i usporedite ih. Zbog vremenske efikasnosti eksperimenta odaberite radnu točku na kojoj je detektiran najveći broj raspršenja. Posljednji stupac u Tabeli 2. predstavlja statističku mjeru za nepouzdanost u mjerenju koja ovisi o broju evidentiranih događaja.

Tabela 2. Usporedba rezultata mjerenja pri raspršenju unatrag na foliji zlata debljine 1.5 μm i foliji aluminija debljine 8.0 μm .

z/cm	$n(z)$	t/min	$\Delta n(z) / \text{min}^{-1}$	Z	Z^2	$\frac{\Delta n(z)}{Z^2} / \text{min}^{-1}$	$\frac{\sqrt{n(z)}}{n(z)} \%$

Prikažite rezultate mjerenja grafički, kao funkciju $\Delta n(\theta)$!

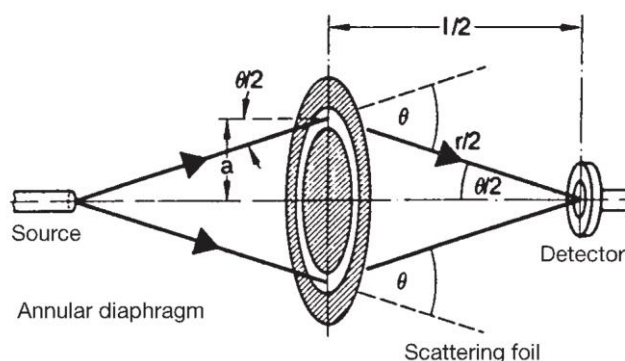


Slika 4. Grafički prikaz rezultata mjerenja za raspršenje unatrag.

ZADATAK 2

Specifičnosti eksperimentalnog postava

Iz sigurnosnih razloga u laboratorijskoj vježbi koristi se α -izvor aktivnosti ne veće od 370 kBq. U eksperimentalnom postavu kakav je na slici 1, rezultirajući uhvati (detekcije) raspršenih projektila bili bi vrlo malobrojni što zahtijeva duže vrijeme trajanja eksperimenta u nastojanju da se zaista potvrdi valjanost Rutherfordove formule. Umjesto toga, koristi se modificirani eksperimentalni postav prikazan na Slici 5 koji je predložio Chadwick 1920. godine.



Slika 5. Shema modificiranog eksperimentalnog postava (Chadwick 1920)

Prostorni kut $d\Omega$ pokriven tehničkom izvedbom eksperimenta određen je udaljenošću detektora od folije (r_D) i aktivnom površinom detektora (A_D):

$$d\Omega = \frac{A_D}{r_D^2}.$$

Uvođenjem ove veličine u formulu za raspršenje, dobije se slijedeći oblik:

$$\Delta n(\theta) = \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 E} \right)^2 \frac{nNd_F A_D}{4r_D^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

Broj upadnih čestica u snopu može se približno odrediti iz pretpostavke točkastog izvora α -čestica aktivnosti Q . U toj aproksimaciji broj čestica u snopu n opada sa kvadratom udaljenosti r_s izvora od folije, te je dana izrazom

$$n = \frac{QA_F}{4\pi r_s^2}$$

gdje je A_F ozračena površina folije.

Folija koja je sada u formi prstenaste dijafragme može se pomicati po osi kao i sam α -izvor. Kut raspršenja θ podešava se osnim pomicanjem izvora i folije i dan je izrazom:

$$\sin \frac{\theta}{2} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}}.$$

U ovom eksperimentalnom postavu formula za raspršenje poprima oblik

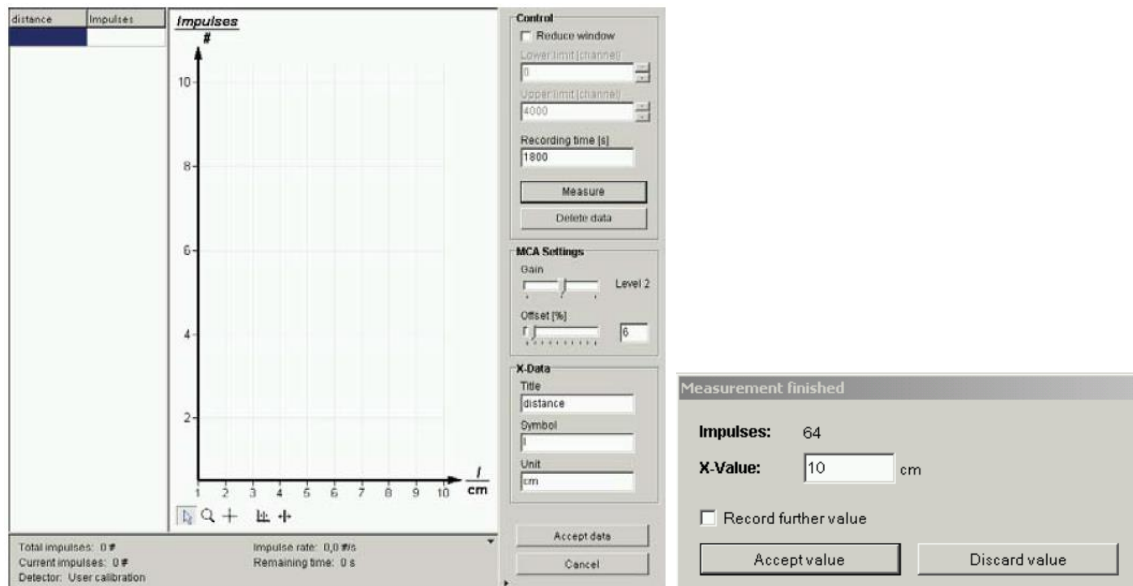
$$\Delta n(\theta) = \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 E} \right)^2 \frac{QNd_F A_F A_D}{4\pi a^4} \cos \frac{\theta}{2} = \text{const} \cdot \cos \frac{\theta}{2}$$

Upute

Postavite eksperiment kako pokazuje Slika 5, koristeći zlatnu foliju licem okrenutu prema izvoru postavljenom na šipci.

Evakuirajte komoru te pokrenite skupljanje podataka u „Integration measurement“ modu.

Uključite višekanalni analizator. Pokrenite aplikaciju Measure i u njoj izaberi „Gauge“>„Multi Channel Analyser“. Izaberi postavku „Integration measurement“, te upotrijebi „Continue“ gumb.



Slika 6: Elementi aplikacije Measure: prozor integracijskog mjerenja (lijevo) i prozor završenog mjerenja (desno)

Postavke upravljačkog programa :

Gain	Level 2
Ofset	6 %
Recording time	1200 s (original: 1800 s)
X-Data	udaljenost, l , cm

Podesi udaljenost l između detektora i izvora pomoću klizne šipke. Počnite sa udaljenošću $l = 10$ cm. Položaj šipke fiksirajte za tu svrhu ugrađenim sigurnosnim vijkom. Podesite položaj folije pomoću magneta tako da se ona nađe na sredini između izvora i detektora.

Upotrijebi gumb „Mjerenje“ („Measure“). Nakon isteka vremena mjerenja, pojaviti će se prozor kao na Slici 6 desno. Unesite udaljenost l i upotrijebite „Prihvati vrijednost“ („Accept value“) gumb.

Promijenite udaljenost l pomicanjem šipke i podesite dijafragmu na novi središnji položaj. Zatim ponovite radnje na PC računalu vezane za pojedino mjerenje.

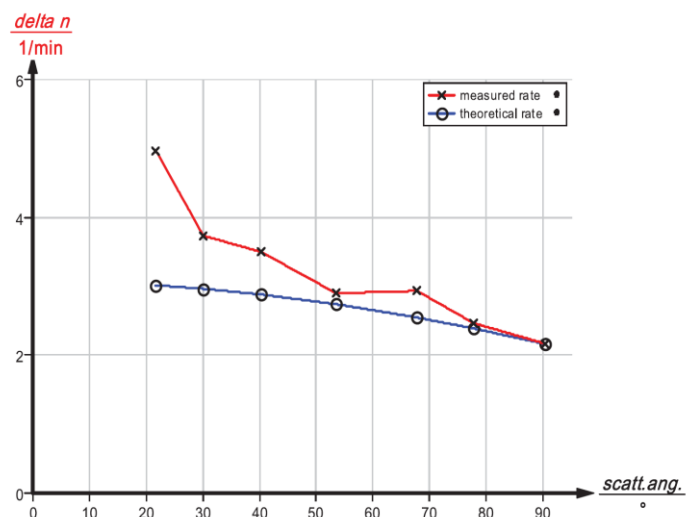
Postupak ponoviti za sveukupno 5 vrijednosti l između 4 i 22 cm. Nakon niza mjerenja upotrijebite naredbu „Prihvati podatke“ („Accept data“).

Prikupljeni podaci će se sada pojaviti u glavnom okviru Measure aplikacije. Unesite parametre mjerenja putem dijaloškog okvira „Mogućnosti prikaza“ („Display options“) te pohranite rezultate mjerenja.

Tabela 3. Rezultati mjerenja pri raspršenju prema naprijed na foliji zlata debljine 1.5 μm .

l/cm	$\theta/^\circ$	$n(l)$	t/min	$\Delta n(l)/\text{min}^{-1}$	$\Delta n(l)/\text{min}^{-1}$	
					eksperiment	teorija

Nacrtajte graf detektiranog broja čestica u određenom vremenskom intervalu koja funkciju kuta otklona ($\Delta n(\theta)$). Diskutiraj rezultate.



Slika 7. Grafički prikaz rezultata mjerenja za raspršenje prema naprijed

Ponovite mjerenje sa aluminijskom folijom za jednu vrijednost I koja je korištena i u mjerenju sa zlatnom folijom. Po potrebi upotrijebi veće vrijeme (1800 s). Usporedi rezultate sa zlatnom folijom obzirom na naboj jezgara.

Tabela 4. Usporedba rezultata mjerenja pri raspršenju prema naprijed na foliji zlata debljine 1.5 μm i foliji aluminiija debljine 8.0 μm .

$n(l)$	$\frac{\sqrt{n(l)}}{n(l)}$ %	Z	Z^2	t/min	$N \cdot d_F / \text{m}^{-2}$	$\Delta n(l) / \text{min}^{-1}$	
						eksperiment	teorija

Problemi u mjerenju

- Broj projektila u jedinici vremena nije točno proporcionalan sa $1/r^2$, jer stvarni izvor nije točkastog karaktera. Ova aproksimacija je više narušena na manjim udaljenostima od izvora.
- Korištene α -čestice nisu strogo monoenergetske. Am-241 radioaktivni izvor emitira α -čestice izvorne energije 5,5 MeV. Ta energija opadne na 4 MeV pri prolasku kroz zaštitni pokrovni sloj na samom izvoru, a dodatno opada pri prolasku kroz zlatnu foliju. U tim se procesima i znatno poveća pojas mogućih energija (širina spektralne linije) sa središtem na 3 MeV.
- Energija α -čestica nije konstantan karakter i ako su uzmu u obzir različiti kutovi raspršenja. Energija otklonjenih projektila opada sa povećanjem kuta otklona (snažnija interakcija).
- Kod malih kutova raspršenja mogu se već detektirati i raspršenja na elektronima, na što ukazuje povećanje broja događaja pri energijama koje nisu predviđene Rutherfordovom formulom.
- Kut ulaza α -čestice u detektor u ovoj eksperimentalnoj postavi ovisi o kutu otklona pri prolazu kroz foliju. Tada pri većim kutovima otklona dolazi do zasjenjenja dublje položenog barijernog sloja u detektoru.
- Nije uzeta u obzir mogućnost dvostrukih raspršenja projektila.
- Čestice koje se detektiraju nisu samo one koje su otklonjene točno za kut θ već potječu iz nekog intervala $\langle \theta - \Delta\theta, \theta + \Delta\theta \rangle$. Vrijednost $\Delta\theta$ u tom slučaju predstavlja mjeru za rezoluciju detektorskog sustava.

APSORPCIJSKA SPEKTROSKOPIJA

UVOD

Velika većina tvari u prirodi upija svjetlost određene valne dužine, i u slučaju ovisnosti o valnoj dužini one dobivaju boju kada govorimo o vidljivom djelu elektromagnetskog spektra (valne dužine od 400 do 800 nm). Naravno boja je dana bojom svjetlosti koja ne biva absorbirana. Pri apsorpciji, elektroni koji kruže oko atoma, ili se nalaze u molekulskim orbitalama, odnosno u vrpčama u slučaju kristalnih struktura, preuzimaju energiju elektromagnetskog zračenja te prelaze iz osnovnog u pobuđeno stanje.

U slučaju otopine modre galice, za apsorpciju je zaslužan ion bakra Cu^{2+} u vodenoj otopini. Elektronska konfiguracija iona Cu^{2+} je $[\text{Ar}]3d^9$, odnosno d orbitala ima jedno nepopunjeno mjesto koje elektroni nižih energija mogu proizvoljno popunjavati. Nažalost energija potrebna za preskakanje elektrona iz nižih orbitala u 3d orbitalu se ne nalazi u vidljivom djelu spektra čime bi spojevi koji sadrže ion Cu^{2+} bez prisustva molekula vode bili prozirni za vidljivu svjetlost, no zahvaljujući njima dolazi do razdvajanja 3d orbitale u dvije grupe različitih energija gdje je se ta razlika nalazi upravo u području vidljive svjetlosti. U trenutku kada obasjamo otopinu modre galice sa bijelom svjetlošću, odnosno sa svjetlošću gdje su zastupljene sve valne duljine, dio spektra sa nižim energijama (crveni dio) biva upijen u prijelazima elektrona između te dvije grupe unutar 3d orbitale.

Mehanizam apsorpcije kod kalijeva bikromata je analogan mehanizmu apsorpcije u slučaju modre galice, odnosno otopina dobiva boju od 3d orbitale iona kroma Cr^{3+} isto tako okruženog ionima vode.

Moguće je izmjeriti energiju iskorištenu za prijelaze elektrona između te dvije grupe pomoću optičkih disperzivnih uređaja pomoću kojih je moguće razložiti svjetlost na njezine komponente različitih valnih duljina uz uporabu disperzivnog elementa te izmjeriti intenzitet svake komponente ponaosob. U istu kategoriju uključujemo interferencijalne filtere, monokromatore, spektrografe, spektrofotometre i interferometre.

Spektrometri odnosno monokromatori su optički filteri kod kojih je moguće podešavati središnju valnu duljinu i širinu linije. U najvećem broju slučajeva na izlazu takvi uređaji imaju detektor koji elektromagnetsko zračenje pretvara u električni signal. Nasuprot tome spektrografi, snimaju cijeli spektralni sastav na fotografsku ploču ili na segmentirani detektor fotona velike površine. Spektrofotometri su potpuni komercijalni instrumenti koji najčešće uključuju i izvor ili izvore svjetlosti, disperzivni element i detektor. Najvažnija svojstva po kojima se razlikuju su: na kojem području valnih duljina rade (ultraljubičasto, vidljivo, infracrveno), rezolucija

$$R = \frac{l}{dl}$$

i luminozitet odnosno tok izmjeren na detektoru odnosno na izlazu uređaja, ako je ukupan emitirani tok jednak jedinici.

U najjednostavnijoj inačici disperzivni element je staklena prizma, dok je detektor uska pomična pukotina pomoću koje se bira promatrana valna dužina odnosno boja svjetlosti. Danas je prizma kao disperzivni element uglavnom napuštena, osim kao nastavno pomagalo, i zamijenjena je ogibnom rešetkom koja daje bolju rezoluciju, ima šire područje valnih duljina na kojima je upotrebljiva te isto tako ima veći luminozitet. Nažalost ogibna rešetka ima i nedostatako koji uključuju visoku cijenu te je nešto složenija za uporabu utoliko što se ogibni redovi mogu preklapati.

Za mjerenje optičke gustoće otopina, odnosno Beer – Lambertovog zakona koristiti će se komercijalni spektrofotometar koji sadrži izvor svjetlosti, držač uzorka, ogibnu rešetku koja razlaže svjetlost na komponente i detektor.

Optička gustoća je mjera dana kao logaritamski odnos zračenja koje pada na uzorak i zračenja koje prolazi kroz njega i ovisna je o valnoj dužini, gdje je I_{out} intenzitet zračenja izmjeren poslije, a I_{in} intenzitet zračenja prije uzorka.

$$A_{\lambda} = -\log \frac{I_{out}}{I_{in}}$$

Intenzitet svjetlosti dane valne duljine koja prolazi kroz uzorak ovisni o molarnoj koncentraciji absorbirajuće tvari u otopini. U slučaju modre galice radi se o ionima Cu^{2+} u vodenoj otopini. Odnos je dan sljedećim izrazom koji je poznat kao i Beer – Lambertov zakon koji glasi:

$$A = \epsilon C d$$

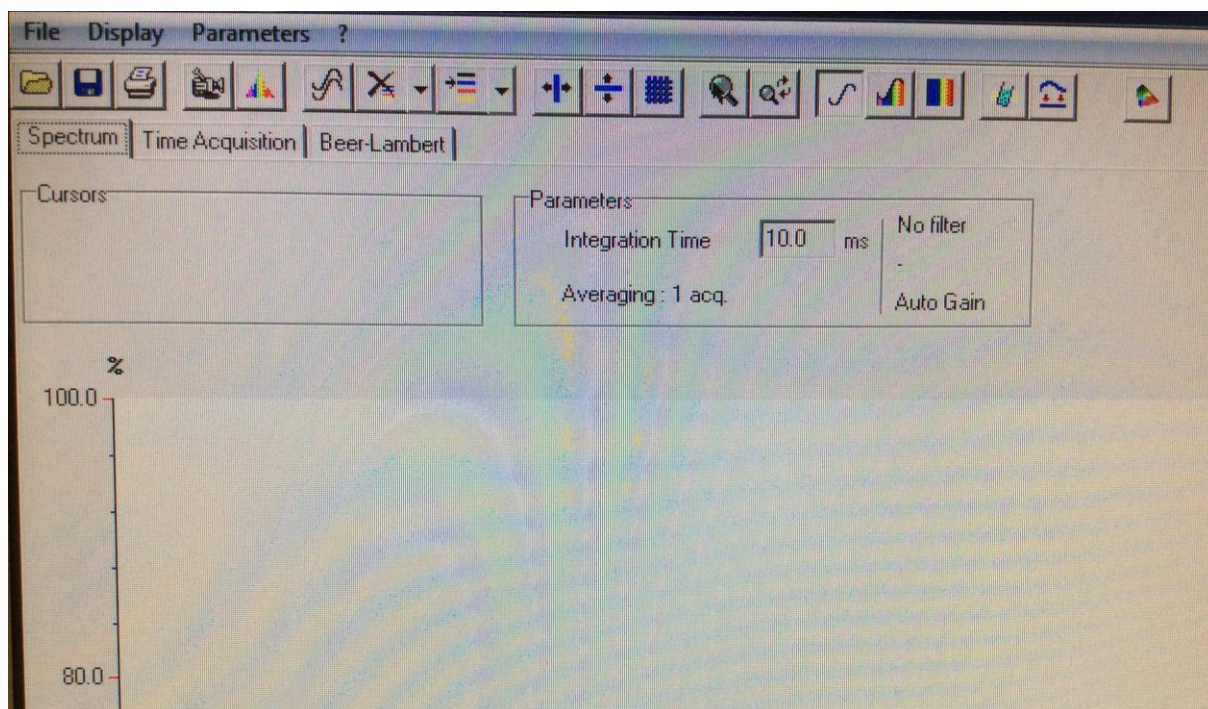
gdje je ϵ konstanta molarne absorpcije koja ovisi o tvari i mjeri se u $[\epsilon] = \frac{l}{\text{cm mol}}$, d je dužina prelazi svjetlost u uzorku i mjeri se u centimetrima, a C je molarna koncentracija upijajuće tvari. Ako ne mijenjamo tvar i dužinu puta, tada je optička gustoća razmjerna koncentraciji tvari u otopini. U slučaju da izmjerimo optičku gustoću više otopina poznatih koncentracija C i prikazemo ih na grafikonu u ovisnosti o koncentraciji trebali bi dobiti ravnu liniju. Iz gornje jednadžbe možemo dobiti ϵ , te odrediti koncentraciju ukoliko nam je ona nepoznata, odnosno očitati je iz grafikona. Budući da je optička gustoća ovisna o valnoj duljini, potrebno je odrediti valnu duljinu na kojoj će se vršiti mjerenja. Razvidno je da će ona biti različita za modru galicu i kalijev bikromat.

ZADACI:

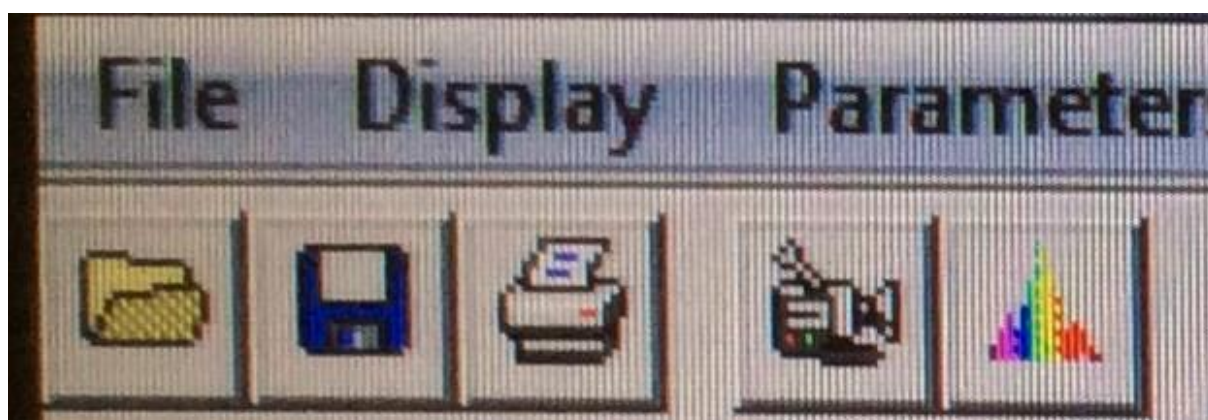
1. Odrediti nepoznatu molarnu koncentraciju otopljenе tvari:
 - a) modre galice ($\text{CuSO}_4 \times 5 \text{ H}_2\text{O}$) i
 - b) kalijeva bikromata ($\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$) u otopini mjereći optičku gustoću uzorka.

IZVEDBA MJERENJA I EKSPERIMENTALNI POSTAV

Uključiti spektrofotometar te pokrenuti software SPID-HR klikom na ikonu . Otvoriti će se prozor sa izbornicima. Za upoznavanje sa uređajem ostaviti ćemo izabranu opciju Spectrum.



U padajućem izborniku 'parameters' moguće je mijenjati vrijeme mjerenja (integration time) i broj mjerenja (averaging), uporabu filtera, te mjerenja optičke gustoće što će nam trebati za kasnije. Moguće je ostaviti uključenu opciju da vrijeme mjerenja instrument sam određuje. Nakon što smo podesili parametre pokrenuti mjerenje pritiskom na ikonu kamere.



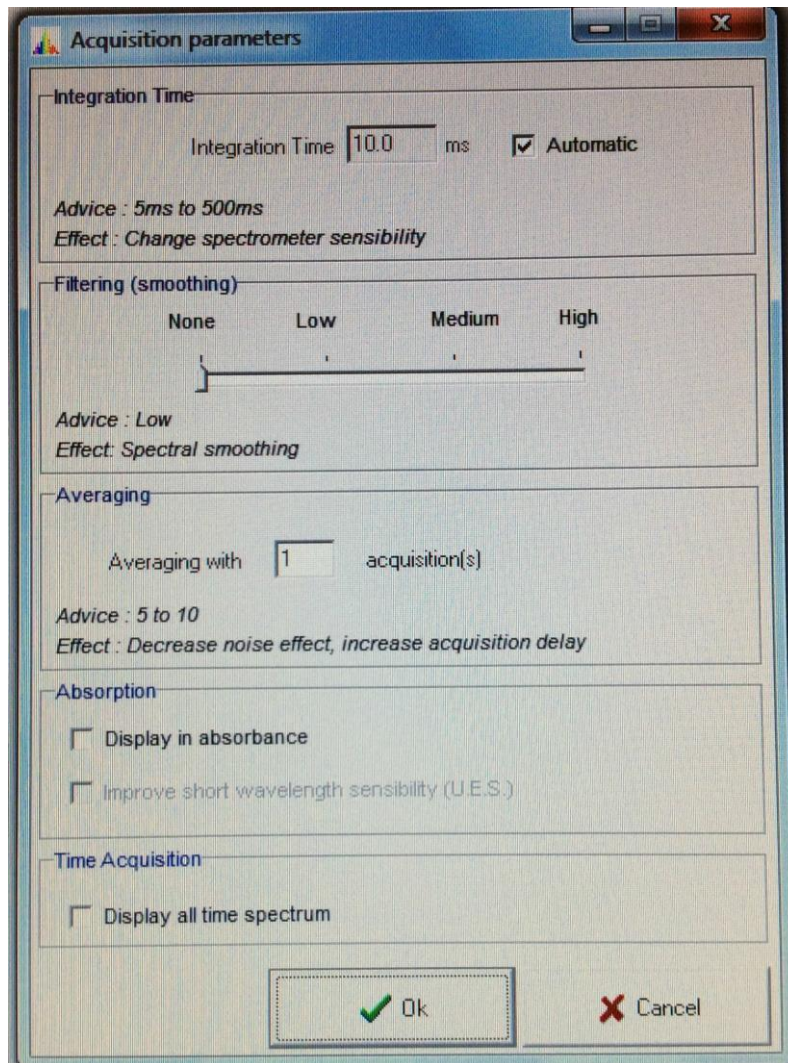


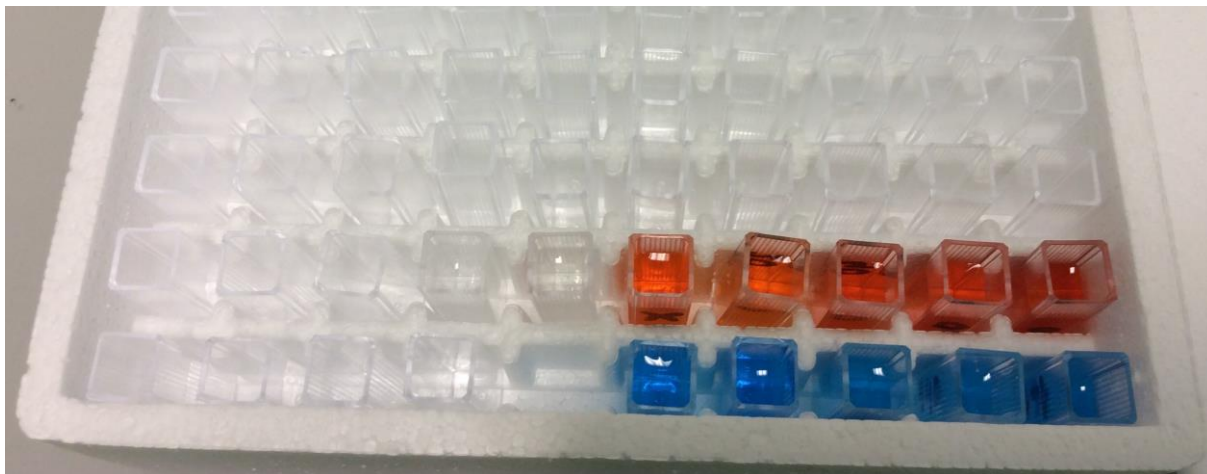
Sada možemo usmjeriti jedan kraj optičkog vlakna (kraj koji nije spojen na uređaj kao na slici ispod) prema izvoru svjetlosti u prostoriji, poželjno je prema "neonskoj" lampi, ili prema umjerenom izvoru (na slici ispod). Na zaslonu računala trebale bi se pojaviti linije spektra koju rečeni izvor emitira. Usporediti dobivene linije sa tablicom Američkog nacionalnog instituta za mjeriteljstvo (NIST) na sljedećoj poveznici:

http://physics.nist.gov/PhysRefData/ASD/lines_form.html

Nakon uvodnog dijela i upoznavanja sa uređajem moguće je pristupiti i mjerenju optičke gustoće otopina i nepozate molarne koncentracije. Za to je potrebno prijeći u apsorpcijski način rada uključivanjem opcije u padajućem izborniku Parameters:

i izmjeriti optičku gustoću nula. To ćemo napraviti tako da optičko vlakno utaknemo u držač uzoraka koji sadrži i izvor bijele svjetlosti (koji je potrebno uključiti) te kao uzorak uzmemo kuvetu ispunjenu sa otapalom koje ćemo koristiti u eksperimentu za pripremu uzoraka (voda).





Sada možemo uključiti mjerenje nulte optičke gustoće pritiskom na ikonu prikazanu na slici iznad. Nakon što smo izmjerili nultu optičku gustoću slijedi mjerenje optičkih gustoća otopina poznatih koncentracija pa uključujemo opciju Beer – Lambert.

Redni broj mjerenja	C (mol/l)	A

Iz dobivenih rezultata možemo odrediti ϵ , te iz mjerenja optičke gustoće otopine nepoznate koncentracije možemo odrediti koncentraciju.

Korisne vrijednosti:

Molarna masa:

Topiva tvar	M (g/mol)
Modra galica $\text{CuSO}_4 \times 5\text{H}_2\text{O}$	249.685
Kalij bikromat $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$	294.185

IZRADA IZVJEŠTAJA S VJEŽBA I OBRADA REZULTATA

Fizički praktikum IV posljednji je praktikum na završnoj godini prediplomskog studija Fizike i stoga se od studenata očekuje savladavanje osnova izrade i pisanja istraživačkog rada te znanstvene metodologije u izvođenju pokusa. Izvještaj s vježbe stoga mora sadržavati strukturu istraživačkog rada:

1. Sažetak
2. Uvod
3. Ciljevi vježbe
4. Eksperimentalni postav i metoda mjerenja
5. Rezultati i diskusija
6. Zaključak
7. Reference

1. Sažetak

U sažetku je potrebno dati pregled vježbe u nekoliko rečenica, ne duže od petine printane stranice. Sažetak treba obuhvaćati cilj vježbe, kratak opis mjerenja, metoda i uređaja, dobivene rezultate te kratak zaključak.

2. Uvod

U uvodu predstavlja kratak teorijski pregled sadržaja vježbe, bez ulaženja u detalje.

3. Ciljevi

Izvještaj treba sadržavati pregled jasno definiranih ciljeva i zadataka u vježbi, s detaljnim prikazom i razradom podciljeva. Primjer:

"U ovoj vježbi se proučavao princip rada diode i tinjalice, te su određene strujno-naponske karakteristike ovih elektroničkih elemenata."

"Kroz ovu vježbu upoznat je rad poluvodičke diode, izmjerena je njezina strujno-naponska karakteristika u propusno i nepropusnoj polarizaciji, te određena ovisnost karakteristika o vrsti poluvodiča (germanij i silicij) i temperaturi."

4. Eksperimentalni postav i metode mjerenja

Potrebno je detaljno opisati eksperimentalni postav, korištene mjerne uređaje, prikazati sheme spojeva te opisati način mjerenja ciljanih veličina. Ukoliko je vježba zahtjevnija, s više različitih dijelova, preporuča se ovo poglavlje podijeliti na više dijelova. Prilikom opisa metoda mjerenja i mjernih uređaja, od studenata se očekuje određivanje ili procjena preciznosti instrumenata i očitavanja mjerenih vrijednosti, te diskusija tako određenih preciznosti uz navođenje i moguće objašnjenje svih uočenih problema nastalih tijekom mjerenja. Način mjerenja i određivanja mjerne pogreške potrebno je opisati u izvještaju s vježbe. Ukoliko se pogreška mjerenja procjenjuje, potrebno je komentirati i objasniti te navesti moguće uzroke nepouzdanosti.

5. Rezultati i diskusija

Kod iznošenja i diskusije rezultata, moguće je vježbu podijeliti na više manjih dijelova. Studenta se potiče da sve rezultate mjerenja prikaže grafički ukoliko je to moguće. Sve veličine u jednadžbama, tablicama i grafovima moraju biti objašnjene, a tablice i grafovi spomenuti i diskutirani u tekstu. Numerički postupak kojim se dobivaju tražene veličine nije potrebno navoditi u izvještaju. Dovoljno je prikazati relaciju pomoću koje je tražena veličina određena, te njezin konačni iznos.

Svi dobiveni rezultati trebaju se prikazati s nepouzdanošću (pogreškom) u obliku $X \pm \sigma_X$ gdje je X dobiveni rezultat, a σ_X standardna devijacija mjerenja (pogreška ili nepouzdanost). Ukoliko standardnu devijaciju nije moguće odrediti iz većeg broja ponovljenih mjerenja ili iz krivulje regresije (metoda najmanjih kvadrata), tada je potrebno pogrešku procijeniti i rezultat prikazati kao $X \pm \Delta X$, gdje je ΔX procijenjena pogreška mjerenja ili najveće zabilježeno odstupanje od srednje vrijednosti mjerenja.

Pri obradi rezultata, preporuča se koristiti **metodu najmanjih kvadrata** kada je to moguće.

Od studenta se očekuje da diskutira svaki dobiveni rezultat, te ga fizikalno objasni na osnovu poznavanja teorije. Svaki grafički prikaz od važnosti je također potrebno diskutirati, te objasniti uočeno ponašanje izmjerene veličine na osnovu poznavanja teorije. Primjer:

"Na grafu 1 prikazan je izlazni signal iz diode. Usporedbom s ulaznim signalom, vidimo da dioda propušta samo polovicu signala, odnosno dio izmjeničnog signala napona većeg od nule. To se može objasniti načinom rada diode i njezinog PN spoja koji propušta struju samo u jednom smjeru. Kada je napon na diodi veći od nule, PN spoj je propusno polariziran i kroz njega teče struja kako je i vidljivo sa grafa. Kada napon na diodi padne ispod nule, dolazi do reverzne polarizacije PN spoja zbog čega dioda ne propušta struju, a izlazni signal je jednak nuli. Ovakvo ponašanje dioda ukazuje na njezina ispravljačka svojstva."

Ukoliko je to moguće, dobivene rezultate je potrebno usporediti s teorijskim ili tvorničkim vrijednostima. Usporedba se može vršiti ili postotno (odrediti za koliko postotaka rezultat odstupa od teorijske/tvorničke vrijednosti) ili analizom intervala nepouzdanosti dobivenog rezultata. Dobro izvedeno mjerenje, koje je u skladu s teorijskim/industrijskim vrijednostima, biti će ono kod kojeg teorijska/industrijska vrijednost ulazi u interval nepouzdanosti od 3σ (99%-tna vjerojatnost da se točan rezultat nalazi u tom intervalu), ili je postotno odstupanje izmjerene vrijednosti od teorijski očekivane/tvorničke vrijednosti manje od 5%.

Primjer:

Ukoliko je izmjereno pojačanje od $B = 20 \pm 3$, interval nepouzdanosti 3σ iznosi $[B - 3\sigma, B + 3\sigma]$, odnosno $[14, 26]$. Ako je teorijsko/industrijsko pojačanje tranzistora jednako $B_{\text{teor}}=25$, tada ono ulazi u interval nepouzdanosti (čija je gornja granica 26), pa je mjerenje u skladu s teorijskom/industrijskom vrijednošću. Točnost mjerenja treba diskutirati, te objasniti uzroke neslaganje ili utjecaja na rezultat mjerenja koji su mogli dovesti do odstupanja.

Sve izmjerene pogreške potrebno je diskutirati i nastojati objasniti njihove uzroke. U pravilu je nepouzdanost određivanja neke veličine mala ako je relativna pogreška manja od 5%, i za takvo mjerenje se može reći da je prihvatljivo.

6. Zaključak

U zaključku je potrebno dati pregled svih konačnih izmjerenih veličine, te na osnovu njih dati zaključke. U zaključku nije potrebno opisivati uređaje, sklopove, postupak mjerenja, već se daje pregled dobivenih rezultata i zaključaka koji iz tih rezultata slijede.

Primjer:

"Dobiveni izlazni signal diode pokazuje da se ona može koristiti kao poluvalni ispravljački element."

7. Reference

Navesti pregled literature korišten u pripremi vježbe i obradi rezultata.

STATISTIČKA OBRADA MJERENJA

METODA NAJMANJIH KVADRATA

Metoda najmanjih kvadrata koristi se za prilagodbu linearne funkcije mjerenjima. Osim linearne funkcije, moguće je prilagoditi kvadratnu funkciju te druge oblike nelinearnih funkcija.

Linearna metoda najmanjih kvadrata vrši prilagodbu linearne funkcije oblika:

$$y(x) = a + bx \quad (1)$$

Svaki niz mjerenja u kojoj jedna varijabla ovisi o drugoj preporučuje se analizirati metodom najmanjih kvadrata kako bi se dobila međusobna ovisnost dviju veličina.

Postupak određivanja regresije i koeficijenata metodom najmanjih kvadrata:

1. Izvršiti niz mjerenja dviju ovisnih veličina x_i i y_i , i to tako da dobijemo parove (x_i, y_i) . Potrebno je izvršiti što više različitih mjerenja parova kako bi broj točaka kroz koji se vrši prilagodba bio što veći, a time i nepouzdanost određivanja pravca regresije što manja. Optimalno je izvršiti mjerenja za desetak točaka.
2. Odabrati funkciju koju želimo prilagoditi mjerenjima. Odabir funkcije se vrši prema očekivanjima i pretpostavci, a na temelju dosadašnjih teorijskih spoznaja. Ako želimo izvršiti opću prilagodbu i ispitati karakter ovisnosti, tada je najbolje vršiti prilagodbu za funkciju:

$$y(x) = ax^b \quad (2)$$

pri čemu su x i y mjerene veličine, b je potencija ovisnosti, a je koeficijent. Ako metodom najmanjih kvadrata odredimo $b=1$ tada je ovisnost linearna, za $b=2$ ovisnost je kvadratna, itd. Ovaj postupak je moguće koristiti kada nema odsječka na y -osi.

3. Odabranu funkciju prilagoditi metodi najmanjih kvadrata – izvršiti linearizaciju. Nelinearnu funkciju vrlo često možemo linearizirati logaritmiranjem. Gornju eksponencijalnu funkciju (2) logaritmiranjem prevodimo u linearni oblik:

$$\log y = b \log x + \log a \quad (3)$$

Ako promatramo logaritme mjerenih vrijednosti, $\log x$ i $\log y$ kao nove vrijednosti varijable:

$$y' = \log y$$

$$x' = \log x$$

i ako na njih vršimo prilagodbu linearne funkcije (1) metodom najmanjih kvadrata:

$$y' = a' + b' x'$$

dobit ćemo nove koeficijente pravca a' i b' koji su vezani za a i b koje tražimo:

$$a' = \log a$$

$$b' = b$$

Na ovaj način možemo nelinearnu funkciju linearizirati i prilagoditi metodi najmanjih kvadrata.

Funkciju oblika

$$y = ae^{bx}$$

možemo također linearizirati u oblik:

$$\ln y = \ln a + bx$$

te metodom najmanjih kvadrata odrediti koeficijente $\ln a$ i b .

4. Odrediti nove vrijednosti varijabli ako funkcija nije linearne (npr $\log x$ i $\log y$ u primjeru (2)) te dalje isključivo s njima vršiti izračun.
5. Izračunati vrijednosti koeficijenata pravca regresije i njihovu nepouzdanost. Ako je izvršena prilagodba nelinearne funkcije, odrediti prave vrijednosti traženih koeficijenata (npr. a iz izračunatog koeficijenta $\log a$ metodom najmanjih kvadrata u primjeru (2)). Istim postupkom izračunati nepouzdanost traženog koeficijenta preko nepouzdanosti funkcije (u primjeru 2 je $a = 10^{a'}$ pa je standardna devijacija od a jednaka $\sigma_a = \frac{\partial a}{\partial a'} \sigma_{a'} = 10^{a'} \sigma_{a'} \ln 10$
6. Rezultat prilagodbe iskazati kao $a = (a \pm \sigma_a)$, $b = (b \pm \sigma_b)$, gdje su vrijednosti u zagradama numeričke.

7. Grafički prikazati dobivenu linearnu regresiju zajedno s mjerenjima. Ako regresija nije linearne, već je izvršena linearizacija funkcije koju se prilagođava, tada prikazati ovisnost prilagođenih varijabli te dobivenu linearnu funkciju (u primjeru (2) nacrtati na graf točke $\log x$ i $\log y$ te dobiveni pravac s koeficijentima a' i b'). Ako je ikako moguće, uz pomoć računala prikazati na istom grafu točne mjerene veličine i krivulju regresije (u primjeru (2) nacrtati točke x i y te krivulju (2) s izračunatim pravim koeficijentima a i b).

Relacije za izračunavanje koeficijenata linearne regresije oblika (1):

$$a = \frac{(\sum y_i)(\sum x_i^2) - (\sum x_i)(\sum x_i y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$b = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

gdje se sumacija vrši po svim izmjerenim točkama (x_i, y_i) .

Nepouzdanosti određivanje koeficijenata a i b (standardne devijacije) iznose:

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{\sigma_y^2 (\sum x_i^2)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}}$$

$$\sigma_b = \sqrt{\frac{n \sigma_y^2}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}}$$

gdje je standardna devijacija σ_y jednaka:

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum (y_i - a - bx_i)^2}{n - 2}}$$

Ako ne možemo linearizirati funkciju koju prilagođavamo mjerenjima, tada je postupak prilagodbe puno složeniji.

Napomena:

Posebnu pažnju prilikom primjene metode najmanjih kvadrata treba posvetiti odabiru x i y veličine. Veličina y je ovisna veličina i to je uvijek ona veličina koju mjerimo. Veličina x je ona veličinu koju podešavamo i koja uzrokuje promjenu mjerene veličine y . Tako je u provjeri Ohmovog zakona otpor veličina koju podešavamo potenciometrom (veličina x) a napon na krajevima otpora veličina koju mjerimo (veličina y).

NEPOSREDNA MJERENJA

To su mjerenja u kojima neposredno mjerimo traženu veličinu x u n ponovljenih mjerenja, zbog čega dobivamo n različitih vrijednosti x_i . Srednja vrijednost mjerene veličine x je tada:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

a standardna devijacija srednje vrijednosti (nepouzdanost mjerenja):

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (\bar{x} - x_i)^2}{n(n-1)}}$$

Rezultat mjerenja neposredno izmjerene veličine se piše u obliku:

$$x = (\bar{x} \pm \sigma_x)$$

i ono se tumači ovako: prava vrijednost mjerene veličine x nalazi se u intervalu $[\bar{x} - 3\sigma_x, \bar{x} + 3\sigma_x]$ oko srednje vrijednosti s vjerojatnošću od 99%.

Relativna nepouzdanost se izražava u % i računa kao:

$$R_{\sigma_x} = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

Maksimalna pogreška Δx je najveći mogući iznos pogreške koju možemo učiniti pri mjerenju. U slučaju da djeluje samo slučajna pogreška, ona iznosi:

$$\Delta x = 3\sigma_x$$

Ako uz slučajnu pogrešku djeluje i sistematska pogreška koju smo procijenili na vrijednost s , tada je maksimalna pogreška direktno mjerene veličine jednaka:

$$\Delta x = 3\sigma_x + s$$

i u tom slučaju je ukupna nepouzdanost mjerenja veličine x jednaka maksimalnoj pogrešci Δx . Tada se rezultat piše u obliku:

$$x = (\bar{x} \pm \Delta x)$$

Ako nije moguće odrediti standardnu devijaciju mjerenja srednje vrijednosti neke veličine, tada nepouzdanost mjerenja možemo procijeniti na osnovu iskustva. Ako procijenjenu nepouzdanost označimo s Δx , tada je vrijednost mjerene veličine

$$x = (\bar{x} \pm \Delta x)$$

ili ako ne možemo izvršiti više mjerenja već samo jedno mjerenje x_1 uz procijenjenu nepouzdanost njegovog određivanja Δx_1 , tada ćemo rezultat pisati kao:

$$x = (x_1 \pm \Delta x_1)$$

Relativna nepouzdanost mjerenja s procijenjenom pogreškom:

$$R_{\Delta x} = \frac{\Delta x}{x} \cdot 100\%$$

odnosno ako je obavljeno samo jedno mjerenje s procijenjenom nepouzdanošću:

$$R_{\Delta x_1} = \frac{\Delta x_1}{x_1} \cdot 100\%$$

POSREDNA MJERENJA

Želimo izračunati vrijednost F neke veličine koja je funkcija direktno izmjerenih veličina $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$, a njihova funkcionalna ovisnost je opisana funkcijom F :

$$F = F(x_1, x_2, \dots, x_k)$$

Za vrijednost posredne veličine F uzima se vrijednost funkcije u koju uvrstimo srednje vrijednosti neposredno mjerenih veličina $x_1, x_2, \dots, x_k$:

$$\bar{F} = F(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_k)$$

Standardna devijacija (nepouzdanost, srednja pogreška) posredne veličine $\bar{F}$ jednaka je:

$$\sigma_F = \sqrt{\sum_k \left(\frac{\partial F}{\partial x_k} \sigma_k \right)^2}$$

dok je relativna nepouzdanost posredne veličine F :

$$R_{\sigma_F} = \frac{\sigma_F}{\bar{F}} \cdot 100\%$$

Rezultat posredno izmjerene veličine se prikazuje kao:

$$F = (\bar{F} \pm \sigma_F)$$

MJERENJA U VIŠE SERIJA

U slučaju da je mjerena veličina mjerena više puta u više navrata, dobit će se više serija u kojima su vrijednosti izmjerene s različitom točnošću:

$$x_1 = (\bar{x}_1 \pm \sigma_{x_1}), \quad x_2 = (\bar{x}_2 \pm \sigma_{x_2}), \quad \dots, \quad x_i = (\bar{x}_i \pm \sigma_{x_i})$$

1. Konzistentna mjerenja

Mjerenja su konzistentna ako su za sve vrijednosti x_i razlike $|\bar{x} - \bar{x}_i| < \text{ili} \approx \sigma_{x_i}$ gdje σ_{x_i} može poprimiti bilo koju vrijednost $\sigma_{x_1}, \sigma_{x_2}, \dots$, a $\bar{x}$ je srednja vrijednost srednjih vrijednosti serija mjerenja $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots$

U slučaju da su sve aritmetičke sredine pojedinih serija mjerenja kao i pripadne standardne devijacije približno jednake, vrijedi:

$$\text{Opća aritmetička sredina: } \bar{x} = \frac{1}{\sigma_{x_1}^{-2} + \sigma_{x_2}^{-2} + \dots + \sigma_{x_i}^{-2}} \left(\frac{\bar{x}_1}{\sigma_{x_1}^2} + \frac{\bar{x}_2}{\sigma_{x_2}^2} + \dots + \frac{\bar{x}_i}{\sigma_{x_i}^2} \right)$$

$$\text{Opća nepouzdanost: } \sigma_x = \frac{1}{\sigma_{x_1}^{-2} + \sigma_{x_2}^{-2} + \dots + \sigma_{x_i}^{-2}}$$

U slučaju da su sve aritmetičke sredine pojedinih serija mjerenja približno jednake i ako vrijedi npr. $\sigma_{x_1} \approx \sigma_{x_2} \approx \sigma_{x_4} \approx \dots \approx \sigma_{x_i} \gg \sigma_{x_3}$, tada vrijedi:

$$x_3 = (\bar{x}_3 \pm \sigma_{x_3})$$

2. Nekonzistentna mjerenja

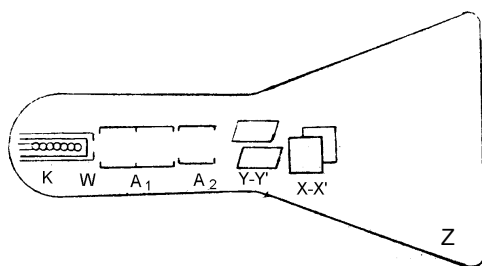
Nekonzistentna mjerenja su ona mjerenja u kojima su razlike $|\bar{x} - \bar{x}_i| \gg$ za bilo koju nepouzdanost pojedinih serija mjerenja σ_{x_i} , gdje su $x_1 = (\bar{x}_1 \pm \sigma_{x_1})$, $x_2 = (\bar{x}_2 \pm \sigma_{x_2})$,, $x_i = (\bar{x}_i \pm \sigma_{x_i})$. Pri izračunavanju opće aritmetičke sredine potrebno je zanemariti sve nepouzdanosti pojedinih serija mjerenja σ_{x_i} . Isto učiniti i pri izračunavanju opće nepouzdanosti, te aritmetičke sredine serija promatrati kao pojedinačna mjerenja.

DODATAK: KATODNA CIJEV

Katodna cijev je osnovni, najbitniji dio katodnog osciloskopa koji se koristi za opažanje i mjerenje vremenski promjenljivih napona.

Kao pokazatelj služi elektronski snop, čiji je otklon u svakom trenutku ovisan o veličini opažanog napona. Do otklona može doći pod utjecajem električnog polja, magnetnog polja ili njihove kombinacije.

Katodna cijev (sl.1) je staklena, evakuirana elektronska cijev u čijem se sastavu nalaze:



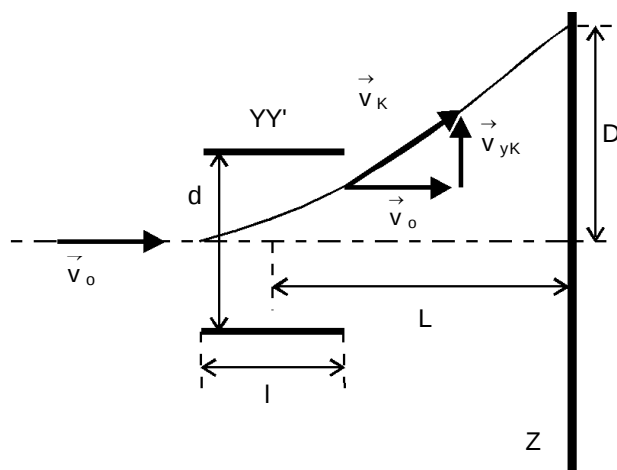
- Elektronski top (KW),
- Anode za ubrzavanje elektrona (A_1 i A_2),
- Vertikalni otkloni sustav (YY'),
- Horizontalni otkloni sustav (XX'),
- Luminiscentni zastor (Z).

Slika 1. Katodna cijev

Elektronski top se u principu sastoji od indirektno žarene katode (K) koja predstavlja izvor elektrona i Wehneltovog cilindra (W) koji ima negativniji potencijal od katode. Njegovim se promjenama može regulirati intezitet snopa. Anode (A_1 i A_2) u vidu koaksijalnih cilindričnih leća su na visokom pozitivnom potencijalu i služe za ubrzavanje elektrona u smjeru osi sistema. Promjenom omjera napona jedne i druge anode postiže se fokusiranje snopa. Na vertikalni otkloni sustav YY' priključuje se napon koji se opaža i mjeri. Kad se elektroni nađu unutar tog sustava izloženi su utjecaju električnog polja usmjerenog okomito na smjer njihove početne brzine te se gibaju po paraboličnoj putanji. Nakon izlaska iz područja djelovanja električnih sila nastavljaju se gibati jednoliko po pravcu i to u smjeru tangente na paraboličnu putanju u točki na izlazu iz otklonskog sustava (sl.2).

Analizom gibanja elektrona kroz vertikalni otkloni sustav YY' može se odrediti osjetljivost katodne cijevi.

Neka je električno polje unutar sustava YY' usmjereno kao na sl.2. Elektronski snop ubrzan anodama A_1 i A_2 (sl.1) ulazi u otkloni sustav YY' početnom brzinom $\vec{v}_0$ u smjeru osi cijevi. Unutar sustava pod utjecajem električnog polja elektron dobiva komponentnu brzine v_y koja tijekom njegovog prolaska kroz sustav raste u vremenu do svoje najveće vrijednosti v_{yK} koju poprima u trenutku izlaska iz sustava. Komponenta brzine osi sustava ostaje neizmjenjena i jednaka početnoj brzini jer u tom



Slika 2. Uz proračun osjetljivosti katodne cijevi

smjeru nema djelovanja električnog polja. $\vec{v}_{yK}$ i $\vec{v}_o$ su komponente brzine $\vec{v}_K$ kojom elektron napušta YY' sustav i koja dalje ostaje sačuvana do udara u luminiscentni zastor (Z).

Iz odnosa prikazanih na sl.2 slijedi:

$$\frac{D}{L} \cong \frac{v_{yK}}{v_o}$$

Uzevši u obzir da je

$$v_{yK} = \frac{e U}{m d} t_p, \quad t_p = \frac{l}{v_o} \quad \text{ i } \quad v_o = \sqrt{\frac{2eU_o}{m}}$$

gdje je

- D - odklon snopa na zastoru
- L - srednja udaljenost YY' otklonskog sustava do zastora
- d - razmak ploča otklonskog sustava
- l - duljina sustava
- $\frac{e}{m}$ - omjer naboja i mase elektrona
- U - napon priključen na YY' sustav
- U_o - napon ubrzanja elektrona na brzinu v_o

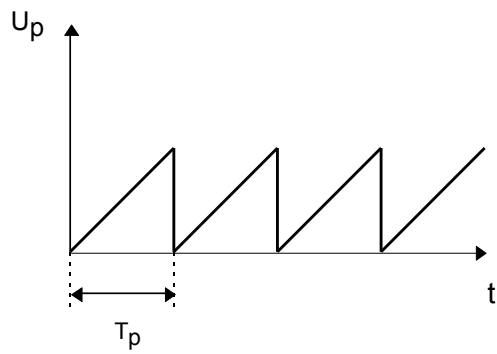
dobije se

$$\frac{D}{L} = \frac{U l}{2dU_o}$$

Osjetljivost katodne cijevi S je definirana veličinom odklona snopa na zastoru po jediničnom naponu priključenom na YY':

$$S = \frac{D}{U} = \frac{L l}{2dU_o}$$

Na horizontalni otklonski sustav XX' u običajenom režimu rada osciloskopa priključuje se napon vremenske baze koji omogućuje promatranje napona priključenog na YY' u vremenu. Napon vremenske baze je također vremenski promjenljiv i to pilastog oblika (sl.3), tako da periodički otklanja snop elektrona stalnom brzinom u horizontalnom smjeru i vraća ga što većom brzinom u početni položaj.



Uz poznatu frekvenciju pilastog napona moguće je odrediti frekvenciju periodičnog napona priključenog na YY' sustav, koji se opaža i mjeri. Kada se na zastoru vidi jedna perioda tog napona T to znači da su periode oba napona, dakle i frekvencije, međusobno jednake ($T = T_p$, $\nu = \nu_p$). Više (n) opaženih perioda na zastoru znači toliko puta veća frekvencija opaženog napona od pilastog ($\nu = n \nu_p$).

Slika 3. Pilasti napon vremenske baze periode T_p